



GLOBAL JOURNAL OF SCIENCE FRONTIER RESEARCH
MATHEMATICS AND DECISION SCIENCES

Volume 13 Issue 8 Version 1.0 Year 2013

Type : Double Blind Peer Reviewed International Research Journal

Publisher: Global Journals Inc. (USA)

Online ISSN: 2249-4626 & Print ISSN: 0975-5896

Establishment of a Summation Formula in the Light of Contiguous Relation

By Salahuddin, M. P. Chaudhary & Upendra Kumar Pandit

P.D.M College of Engineering, Bahadurgarh, Haryana, India

Abstract - The main aim of the present paper is to compute a summation formula in the light of recurrence relation and contiguous relation.

Keywords : gaussian hypergeometric function, contiguous function, recurrence relation, bailey summation theorem and legendre duplication formula.

GJSFR-F Classification : MSC 2010: 33C60, 33C70, 33D15, 33D50, 33D60



Strictly as per the compliance and regulations of :





Establishment of a Summation Formula in the Light of Contiguous Relation

Salahuddin^α, M. P. Chaudhary^σ & Upendra Kumar Pandit^ρ

Abstract - The main aim of the present paper is to compute a summation formula in the light of recurrence relation and contiguous relation.

Keywords : gaussian hypergeometric function, contiguous function, recurrence relation, bailey summation theorem and legendre duplication formula.

I. INTRODUCTION

Generalized Gaussian hypergeometric function of one variable is defined by

$${}_A F_B \left[\begin{matrix} a_1, a_2, \dots, a_A ; \\ b_1, b_2, \dots, b_B ; \end{matrix} z \right] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a_1)_k (a_2)_k \dots (a_A)_k z^k}{(b_1)_k (b_2)_k \dots (b_B)_k k!}$$

or

$${}_A F_B \left[\begin{matrix} (a_A) ; \\ (b_B) ; \end{matrix} z \right] \equiv {}_A F_B \left[\begin{matrix} (a_j)_{j=1}^A ; \\ (b_j)_{j=1}^B ; \end{matrix} z \right] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{((a_A))_k z^k}{((b_B))_k k!} \quad (1)$$

where the parameters $b_1, b_2, \dots, b_B$ are neither zero nor negative integers and A, B are non-negative integers.

Contiguous Relation[E. D. p.51(10), Andrews p.363(9.16)] is defined as follows

$$(a-b) {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, b ; \\ c ; \end{matrix} z \right] = a {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a+1, b ; \\ c ; \end{matrix} z \right] - b {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, b+1 ; \\ c ; \end{matrix} z \right] \quad (2)$$

Recurrence relation of gamma function is defined as follows

$$\Gamma(z+1) = z \Gamma(z) \quad (3)$$

Author ^α : P.D.M College of Engineering, Bahadurgarh, Haryana, India. E-mails : sludn@yahoo.com, vsludn@gmail.com

Author ^σ : International Scientific Research and Welfare Organization, New Delhi, India. E-mail : mpchaudhary_2000@yahoo.com

Author ^ρ : Former Research Scholar, Department of Mathematics, University of Delhi, New Delhi, India.

Legendre duplication formula[Bells & Wong p.26(2.3.1)] is defined as follows

$$\sqrt{\pi} \Gamma(2z) = 2^{(2z-1)} \Gamma(z) \Gamma\left(z + \frac{1}{2}\right) \quad (4)$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} = \frac{2^{(b-1)} \Gamma(\frac{b}{2}) \Gamma(\frac{b+1}{2})}{\Gamma(b)} \quad (5)$$

$$= \frac{2^{(a-1)} \Gamma(\frac{a}{2}) \Gamma(\frac{a+1}{2})}{\Gamma(a)} \quad (6)$$

Bailey summation theorem [Prud, p.491(7.3.7.8)] is defined as follows

$${}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, 1-a \\ c \end{matrix} ; \frac{1}{2} \right] = \frac{\Gamma(\frac{c}{2}) \Gamma(\frac{c+1}{2})}{\Gamma(\frac{c+a}{2}) \Gamma(\frac{c+1-a}{2})} = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(c)}{2^{c-1} \Gamma(\frac{c+a}{2}) \Gamma(\frac{c+1-a}{2})} \quad (7)$$

II. MAIN RESULT OF SUMMATION FORMULA

$$\begin{aligned} & {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, -a-53 \\ c \end{matrix} ; \frac{1}{2} \right] \\ &= \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(c)}{2^{c+53}} \left[\frac{1}{\Gamma(\frac{c-a}{2}) \Gamma(\frac{c+a+53}{2})} \left\{ 399999419504807160803447104415465472000000 \right. \right. \\ &\quad -763033261517433920897597569086329978880000a \\ &\quad +487163496069626070324753370776182685696000a^2 \\ &\quad -143832143876600302074189687617077741977600a^3 \\ &\quad +20987561774364491960260633222019397550080a^4 \\ &\quad -1271374592866991393388819201546481815552a^5 \\ &\quad -18789752346646864497619955170616736768a^6 \\ &\quad +5153012575994221993585253534049912960a^7 -50647459165569255057532106709855360a^8 \\ &\quad -10064089426419076584549603581511520a^9 +76715995873543269330396087956320a^{10} \\ &\quad +12692345509362566082812462131160a^{11} +45127363184557440811632211240a^{12} \\ &\quad -8818789087985317941134937250a^{13} -138408104538705232557946850a^{14} \\ &\quad +2024132107455001498032260a^{15} +73008911009011774625140a^{16} \\ &\quad +421352406408459129890a^{17} -8606639734270768190a^{18} -151442351224861840a^{19} \\ &\quad -644877760772960a^{20} +4589390615810a^{21} +60465999490a^{22} +220163060a^{23} +41860a^{24} \\ &\quad -1378a^{25} -2a^{26} +1044332121459330560843393654665909370880000c \\ &\quad \left. \left. -1510531506038982108827199299081478340608000ac \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +773509337340182957477212135487050796236800a^2c \\
& -184939284969800446520380971948981157232640a^3c \\
& +21169783097800753645457139898394498727936a^4c \\
& -813984784077918996962679465051059625984a^5c \\
& -43730083119624850497605526147963377664a^6c \\
& +3713685601685463874080829801657890816a^7c \\
& +46116706523248276200672333384069632a^8c - 6601955941720744588391412660125184a^9c \\
& -77754065179325079683018172333184a^{10}c + 6216316854597276984170004533376a^{11}c \\
& +122722747931747414737050763232a^{12}c - 2364622480019908086179545344a^{13}c \\
& -86493693622931781133065664a^{14}c - 250322249822469715972224a^{15}c \\
& +19940855680183352094752a^{16}c + 281037850910223154176a^{17}c + 152908004151009536a^{18}c \\
& -27025608641775744a^{19}c - 236084454013408a^{20}c - 427452689664a^{21}c + 4158330176a^{22}c \\
& +24076416a^{23}c + 37856a^{24}c + 1118472038587258227545710874039345479680000c^2 \\
& -1296588237185272406228909112633567215616000ac^2 \\
& +544168995816011123337092396202666047569920a^2c^2 \\
& -105959102971397653597364173753914148356096a^3c^2 \\
& +9351697806317337152737653621133977526272a^4c^2 \\
& -166685478605933101957562251082304817152a^5c^2 \\
& -25468751864498946047784212962435886592a^6c^2 \\
& +998331657471978340027029233431492096a^7c^2 \\
& +39241159767069161448921317767290496a^8c^2 - 1510131341825478978100703337704832a^9c^2 \\
& -50280397853116662182839952385952a^{10}c^2 + 893012465473570435007591621280a^{11}c^2 \\
& +41973105675398989440474765272a^{12}c^2 + 32450125871385998774235328a^{13}c^2 \\
& -15445763913552254279562032a^{14}c^2 - 190727900887510386999456a^{15}c^2 \\
& +1073652386244648160808a^{16}c^2 + 40011925428345032448a^{17}c^2 + 262080379253895488a^{18}c^2 \\
& -761944668316832a^{19}c^2 - 17770368191576a^{20}c^2 - 77078793792a^{21}c^2 - 38142832a^{22}c^2 \\
& +463008a^{23}c^2 + 728a^{24}c^2 + 687491523990620632276591559393635467264000c^3 \\
& -656585803081935271390527662141701525340160ac^3 \\
& +228404831956792673010895209847112092090368a^2c^3 \\
& -36192934306554045978185830581695959007232a^3c^3 \\
& +2383211453979296760825044701672492105728a^4c^3 \\
& +7405094859574742990001466511237480448a^5c^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -7305018539998303150895812386151374848a^6c^3 \\
& +106635767396254423194007901969854464a^7c^3 \\
& +11257440640192196065645211014569984a^8c^3 - 119517295902722793899604676386816a^9c^3 \\
& -11181568050528212256752674902528a^{10}c^3 - 10894704455756680578794541312a^{11}c^3 \\
& +5888062077890877413477847808a^{12}c^3 + 69318194648180696615324928a^{13}c^3 \\
& -997967625153495924525312a^{14}c^3 - 26165603935490670942720a^{15}c^3 \\
& -106273003226322915840a^{16}c^3 + 1968283947482012160a^{17}c^3 + 24123132054461440a^{18}c^3 \\
& +67070875872000a^{19}c^3 - 364730446080a^{20}c^3 - 2648405760a^{21}c^3 - 4542720a^{22}c^3 \\
& +279570397854965736127589440792924520448000c^4 \\
& -223326287538418582067568918685436463808512ac^4 \\
& +64729887412573742648795733935169546485760a^2c^4 \\
& -8295593761202708425053011797263030091776a^3c^4 \\
& +383488372052315931163471867173472026624a^4c^4 \\
& +10624320316121034711079896219836092416a^5c^4 \\
& -1244485250661318204919565786060923904a^6c^4 \\
& -4625973359831572256925964685992448a^7c^4 \\
& +1722331662035355724645251373048832a^8c^4 + 9776545699971389593318869814272a^9c^4 \\
& -1268115756709425207724714478400a^{10}c^4 - 16969271858274845050494143136a^{11}c^4 \\
& +380424665047891848806347744a^{12}c^4 + 9474057481040657036275744a^{13}c^4 \\
& +8513965071540770482784a^{14}c^4 - 1526425859773962438720a^{15}c^4 \\
& -14776617316398400320a^{16}c^4 + 6152270772648000a^{17}c^4 + 821534820346240a^{18}c^4 \\
& +4317368255200a^{19}c^4 + 3422138720a^{20}c^4 - 25465440a^{21}c^4 - 43680a^{22}c^4 \\
& +81363502230003144803467941815434421993472c^5 \\
& -54826170667472787699011447620471414063104ac^5 \\
& +13255776543566365717340142897365375778816a^2c^5 \\
& -1357710619635928283425181631167588204544a^3c^5 \\
& +38807646930001802359869127436284723200a^4c^5 \\
& +2557974357363323848650212859635957760a^5c^5 \\
& +2557974357363323848650212859635957760a^5c^5 \\
& -134093843700679130709689468637347840a^6c^5 \\
& -2902376818146657564248450626682880a^7c^5 \\
& +155464629071164619281383620542464a^8c^5 + 3157683186011838247045682749440a^9c^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -75708856990708722777861795840a^{10}c^5 - 2171738207283631890537553920a^{11}c^5 \\
& + 5127833402372048512528384a^{12}c^5 + 600811767333472209715200a^{13}c^5 \\
& + 4774529179177044418560a^{14}c^5 - 34391981767441858560a^{15}c^5 - 680152042060947456a^{16}c^5 \\
& - 2632218703994880a^{17}c^5 + 8705426329600a^{18}c^5 + 84748984320a^{19}c^5 \\
& + 159903744a^{20}c^5 + 17806447135039486775404419433232829775872c^6 \\
& - 10165996100355694083684155039836790587392ac^6 \\
& + 2046194505136873631499525988075614240768a^2c^6 \\
& - 164331105684939481546784144226870886400a^3c^6 \\
& + 1990615964669433906975826311141785600a^4c^6 \\
& + 356678676215071985433937655662673920a^5c^6 \\
& - 8863201024276738854806897171251200a^6c^6 \\
& - 423202849337835803893891732750336a^7c^6 \\
& + 7806429046107883873009395712000a^8c^6 + 339652929834603484315247216640a^9c^6 \\
& - 1407990157615911504706606080a^{10}c^6 - 140778608668536044943120384a^{11}c^6 \\
& - 920822379908476250196992a^{12}c^6 + 19046678037474221854720a^{13}c^6 \\
& + 287286972442231224320a^{14}c^6 + 453621694218620928a^{15}c^6 - 14020331989407744a^{16}c^6 \\
& - 91791298959360a^{17}c^6 - 101256995840a^{18}c^6 + 543262720a^{19}c^6 + 1025024a^{20}c^6 \\
& + 3030664692950145710229442392094880563200c^7 \\
& - 1468267437390458223999118111195728445440ac^7 \\
& + 244843777107785893401520229032369586176a^2c^7 \\
& - 14966313582657878425013530198661922816a^3c^7 \\
& - 62835263742845886731037182841061376a^4c^7 \\
& + 33679158694519332609069451056513024a^5c^7 \\
& - 255441313211072316791942670450688a^6c^7 - 35995269296382044465943436197888a^7c^7 \\
& + 88617999474498865643861901312a^8c^7 + 21089858727463774831003779072a^9c^7 \\
& + 129154285658568506654343168a^{10}c^7 - 5155546888600334430437376a^{11}c^7 \\
& - 71727717006594465529856a^{12}c^7 + 161825725058728034304a^{13}c^7 \\
& + 8239537258675666944a^{14}c^7 + 43167645797253120a^{15}c^7 - 83632399319040a^{16}c^7 \\
& - 1234913771520a^{17}c^7 - 2588917760a^{18}c^7 + 410876303062523347534291888774525747200c^8 \\
& - 168819864219779026938445868318014308352ac^8 \\
& + 23145840262428122894173413157825937408a^2c^8 \\
& - 1026231310050230148311146544556146688a^3c^8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -22691948965122338384170275518087168a^4c^8 \\
& +2263977681014601327046533492916224a^5c^8 + 13235099282792920190860904480768a^6c^8 \\
& -2018657016368668808539350687744a^7c^8 - 17091512223538729278717702144a^8c^8 \\
& +810055893983986278362612736a^9c^8 + 11861048880200065643615232a^{10}c^8 \\
& -89063981330582659534848a^{11}c^8 - 2570898847669165764608a^{12}c^8 \\
& -9270846648058963968a^{13}c^8 + 114629968150444032a^{14}c^8 + 978122952069120a^{15}c^8 \\
& +1415341424640a^{16}c^8 - 5937085440a^{17}c^8 - 12446720a^{18}c^8 \\
& +45155672153311413752907757374396170240c^9 \\
& -15698093486831634464277134090535174144ac^9 \\
& +1750482025210672478319692413189226496a^2c^9 \\
& -51649471465987798684963456054984704a^3c^9 \\
& -2369993210358181085163864782536704a^4c^9 + 109012062924046946295615722618880a^5c^9 \\
& +2045308405607025296831272058880a^6c^9 - 75372909102362994534649036800a^7c^9 \\
& -1431445924167232892214067200a^8c^9 + 17428396504567221237841920a^9c^9 \\
& +489501076293217811496960a^{10}c^9 + 676712533724347760640a^{11}c^9 \\
& -51019249412221009920a^{12}c^9 - 365692545332674560a^{13}c^9 + 323314405539840a^{14}c^9 \\
& +9879310172160a^{15}c^9 + 23300259840a^{16}c^9 + 4075564271410352135422620389857034240c^{10} \\
& -1194044418190373393703397371645263872ac^{10} \\
& +106702555728454458642255440052748288a^2c^{10} \\
& -1732113329700293971646800215932928a^3c^{10} \\
& -158866194296066946708417963687936a^4c^{10} + 3598684727455839294668923207680a^5c^{10} \\
& +129191692350168053994386718720a^6c^{10} - 1691280135733809338273267712a^7c^{10} \\
& -61614761685361660501659648a^8c^{10} + 55250537574570676715520a^9c^{10} \\
& +11978292264714652631040a^{10}c^{10} + 73692947175279624192a^{11}c^{10} \\
& -495741973411356672a^{12}c^{10} - 5961530399784960a^{13}c^{10} - 11034166640640a^{14}c^{10} \\
& +37997346816a^{15}c^{10} + 89616384a^{16}c^{10} + 305005891400829760278355120436019200c^{11} \\
& -74890887532628040341097459241451520ac^{11} \\
& +5256480440302154985751985881350144a^2c^{11} \\
& -2160326366424032543445230714752a^3c^{11} - 7706637734457726594130705907712a^4c^{11} \\
& +66147310464952547319179378688a^5c^{11} + 5256837649286902835380224000a^6c^{11} \\
& -9142511603742486691577856a^7c^{11} - 1690925332263568927358976a^8c^{11} \\
& -8996831263425077968896a^9c^{11} + 172843003943708786688a^{10}c^{11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -8996831263425077968896a^9c^{11} + 172843003943708786688a^{10}c^{11} \\
& + 1779277054168793088a^{11}c^{11} + 108481490976768a^{12}c^{11} - 47779936468992a^{13}c^{11} \\
& - 128786890752a^{14}c^{11} + 19057992829842637736683968344883200c^{12} \\
& - 3893655110495585354702463352963072ac^{12} \\
& + 208739533566121377212362576101376a^2c^{12} + 1538194659121745502941420191744a^3c^{12} \\
& - 280597390713121922098126913536a^4c^{12} - 404757859250133287500120064a^5c^{12} \\
& + 149165603489920243877740544a^6c^{12} + 830324106833601694892032a^7c^{12} \\
& - 30133026908678867550208a^8c^{12} - 305400285369739542528a^9c^{12} \\
& + 1119785780923170816a^{10}c^{12} + 22266522380304384a^{11}c^{12} + 52434839568384a^{12}c^{12} \\
& - 153140822016a^{13}c^{12} - 412778496a^{14}c^{12} + 998899412450453819652330299064320c^{13} \\
& - 168281696954328847326650296172544ac^{13} + 6616883610341473269935553642496a^2c^{13} \\
& + 125612602112053274188537921536a^3c^{13} - 7710644284135944377612632064a^4c^{13} \\
& - 74019299747342409573335040a^5c^{13} + 2959955941401219872849920a^6c^{13} \\
& + 34098636370174720081920a^7c^{13} - 315721702452174520320a^8c^{13} \\
& - 5237416112947200000a^9c^{13} - 5478858510827520a^{10}c^{13} + 147015189135360a^{11}c^{13} \\
& + 462311915520a^{12}c^{13} + 44035623813709020644612841144320c^{14} \\
& - 6049266193348017741042320146432ac^{14} + 163721970706465902026270179328a^2c^{14} \\
& + 5287737971080255697886117888a^3c^{14} - 156916893550025647689039872a^4c^{14} \\
& - 2744491382099947502960640a^5c^{14} + 38666834713059135324160a^6c^{14} \\
& + 717130569599169331200a^7c^{14} - 965355249547345920a^8c^{14} - 52612454979993600a^9c^{14} \\
& - 159293126737920a^{10}c^{14} + 403887882240a^{11}c^{14} + 1270087680a^{12}c^{14} \\
& + 1634071061774805071752803123200c^{15} - 180541499307501456448919961600ac^{15} \\
& + 3002414913590002686269325312a^2c^{15} + 154932346935146715115683840a^3c^{15} \\
& - 2224386491239426299002880a^4c^{15} - 62071375036348744335360a^5c^{15} \\
& + 255849679669696659456a^6c^{15} + 9460133390482145280a^7c^{15} + 21247855637299200a^8c^{15} \\
& - 294030378270720a^9c^{15} - 1109548597248a^{10}c^{15} + 50985684411786655115195187200c^{16} \\
& - 4454184348290973381167153152ac^{16} + 34894874466770437625872384a^2c^{16} \\
& + 3373390240474944118456320a^3c^{16} - 17678012543716208148480a^4c^{16} \\
& - 959168384030242111488a^5c^{16} - 1012566911574736896a^6c^{16} + 78802497389199360a^7c^{16} \\
& + 315518991728640a^8c^{16} - 706803793920a^9c^{16} - 2667184128a^{10}c^{16} \\
& + 1333460180866043535561850880c^{17} - 90170359708404698855768064ac^{17} \\
& + 46914003514968565088256a^2c^{17} + 55391522588023949623296a^3c^{17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +37673993243644133376a^4c^{17} - 10230389206123806720a^5c^{17} - 40813874915573760a^6c^{17} \\
& +380509901291520a^7c^{17} + 1794858024960a^8c^{17} + 29073465895558637819002880c^{18} \\
& -1481035666753646548221952ac^{18} - 8068995167853417070592a^2c^{18} \\
& +680050063391208767488a^3c^{18} + 3146170885897453568a^4c^{18} - 72425343989841920a^5c^{18} \\
& -405231385968640a^6c^{18} + 813055344640a^7c^{18} + 3835166720a^8c^{18} \\
& +524066711681035875123200c^{19} - 19411371410490843463680ac^{19} \\
& -197826263019998412800a^2c^{19} + 6068171637428060160a^3c^{19} + 43684283243560960a^4c^{19} \\
& -307078165954560a^5c^{19} - 1931309219840a^6c^{19} + 7716371772743037747200c^{20} \\
& -198091776945408704512ac^{20} - 2736638549586608128a^2c^{20} + 37218464248627200a^3c^{20} \\
& +325035627642880a^4c^{20} - 590534934528a^5c^{20} - 3714056192a^6c^{20} \\
& +91216012561570856960c^{21} - 1515948395036934144ac^{21} - 24882767267364864a^2c^{21} \\
& +140378590150656a^3c^{21} + 1324326322176a^4c^{21} + 844195024559144960c^{22} \\
& -8180325104484352ac^{22} - 147842203123712a^2c^{22} + 245417115648a^3c^{22} + 2315255808a^4c^{22} \\
& +5888453849907200c^{23} - 27742804377600ac^{23} - 523449139200a^2c^{23} + 29095047987200c^{24} \\
& -44459622400ac^{24} - 838860800a^2c^{24} + 90731184128c^{25} + 134217728c^{26} \} \\
& + \frac{1}{\Gamma(\frac{c-a+1}{2}) \Gamma(\frac{c+a+54}{2})} \{ -1816263274051483610082302082123694080000000a \\
& +2188444307722497708867373846544910581760000a^2 \\
& -972649591306496379223112097769247244288000a^3 \\
& +203014872950617792589030945654112536371200a^4 \\
& -19334396725906001884339179306749629962240a^5 \\
& +354939277311645059750305917863704425984a^6 \\
& +66231858907546829601146760822431513472a^7 \\
& -2831466643791990973002848162852379648a^8 \\
& -129489777954333998108105338847554848a^9 +5583491046025870674622092671192832a^{10} \\
& +215321829142006455650308069861032a^{11} - 4459820731034537665320289653888a^{12} \\
& -244230034535300889153801194238a^{13} - 161516730081872262368219598a^{14} \\
& +129376412646637834962638172a^{15} + 1917641404501908471635652a^{16} \\
& -14259946067841588097698a^{17} - 649159782175846879938a^{18} - 5474868380045249328a^{19} \\
& +22975501539656952a^{20} + 733680618372702a^{21} + 4827916801422a^{22} + 3982604652a^{23} \\
& -100550268a^{24} - 483678a^{25} - 702a^{26} + 1816263274051484013373763208729329664000000c
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -5688764794393161212695198424835285319680000ac \\
& +4497504192339789956233037053703087554560000a^2c \\
& +4497504192339789956233037053703087554560000a^2c \\
& -1514020803092432433815354203917672382464000a^3c \\
& +243623318913501013444770627033397864550400a^4c \\
& -1635339222216778426951922368654485806080a^5c \\
& -146714519620043524162069120818258686208a^6c \\
& +65052238560049255412741795855023598784a^7c \\
& -849632688774728588933726724168109056a^8c \\
& -129014700250825653360443585620882128a^9c + 1253968007810571901961380803098880a^{10}c \\
& +167223997128887354767090762706724a^{11}c + 422755160181760693313408964384a^{12}c \\
& -119140372318604979918225783483a^{13}c - 1798955547786802804452208515a^{14}c \\
& +28174433593447143774511974a^{15}c + 980696049761332089338634a^{16}c \\
& +5508244409983362257067a^{17}c - 117363820433445104805a^{18}c - 2041015801934651256a^{19}c \\
& -8625861574526196a^{20}c + 62303467453227a^{21}c + 816462360675a^{22}c + 2970117774a^{23}c \\
& +561834a^{24}c - 18603a^{25}c - 27a^{26}c + 3500320486670665058282383725852654305280000c^2 \\
& -6532892771979693939419880260348400893952000ac^2 \\
& +3872026776553966044635216868757782547660800a^2c^2 \\
& -1024404339452508135686525036498285273579520a^3c^2 \\
& +127423786395286739038967185304395883962368a^4c^2 \\
& -5506387024539392525279259403425491245056a^5c^2 \\
& -247962324866381944918572176330320452096a^6c^2 \\
& +24304345904184318787447470766440605184a^7c^2 \\
& +237741704940782140165252370329282944a^8c^2 \\
& -43708189351197598150080815585276544a^9c^2 - 450565527847655879299271787328224a^{10}c^2 \\
& +41999833084090580852878539917856a^{11}c^2 + 788719869655547666844616495848a^{12}c^2 \\
& -16419648243837705724927794816a^{13}c^2 - 577021526191118051208197136a^{14}c^2 \\
& -1513602039311816934576096a^{15}c^2 + 135307412063697187550808a^{16}c^2 \\
& +1883678205689150352768a^{17}c^2 + 869435177693404608a^{18}c^2 - 182874251947619232a^{19}c^2 \\
& -1591105615595496a^{20}c^2 - 2867428916352a^{21}c^2 + 28099392048a^{22}c^2 + 162515808a^{23}c^2 \\
& +255528a^{24}c^2 + 3008038170946403034084544373245964451840000c^3 \\
& -4115499037925746947081435748595542523904000ac^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +1926519705759710354380568826710371732684800a^2c^3 \\
& -407144173195744607877161426090417331486720a^3c^3 \\
& +38697903895195503045823336584825409818624a^4c^3 \\
& -834883080022039922029949474912763589632a^5c^3 \\
& -103690450609512902775251139907885615872a^6c^3 \\
& +4521167880823690248157783647793120512a^7c^3 \\
& +161333210583706148780307021803969856a^8c^3 \\
& -6873031450893481123369471161271488a^9c^3 - 214895285862731724969029822327568a^{10}c^3 \\
& +4166861706917719802865393297264a^{11}c^3 + 185426624984928161709127724652a^{12}c^3 \\
& +61360733610005660884243008a^{13}c^3 - 69573535097079743755259832a^{14}c^3 \\
& -844523614038185826730128a^{15}c^3 + 4963983390390978289908a^{16}c^3 \\
& +179995403668979486016a^{17}c^3 + 1171964705979134496a^{18}c^3 - 3467590208946864a^{19}c^3 \\
& -79997423822316a^{20}c^3 - 346625383104a^{21}c^3 - 171249624a^{22}c^3 + 2083536a^{23}c^3 + 3276a^{24}c^3 \\
& +1554478191513598304980509331814048858112000c^4 \\
& -1673892063973013739074779937782947580477440ac^4 \\
& +634527552143605970778694287915913166979072a^2c^4 \\
& -107680422546218425246329122503434838278144a^3c^4 \\
& +7604244914332868183617018570239911018496a^4c^4 \\
& -1973756984855782288507125720120889344a^5c^4 \\
& -23160794430287418020724101553348516864a^6c^4 \\
& +390594712869923584568086651420058112a^7c^4 \\
& +36250361262065579016989695656287232a^8c^4 \\
& -437739566863899273803591235222528a^9c^4 - 36879151940249895106529189849280a^{10}c^4 \\
& -12622047054585490876856183136a^{11}c^4 + 19810588748737842585954706464a^{12}c^4 \\
& +227198848015255944865381344a^{13}c^4 - 3421400119581698808798816a^{14}c^4 \\
& -87919628005414026993600a^{15}c^4 - 351024295402825387200a^{16}c^4 \\
& +6672502708550078400a^{17}c^4 + 81317491923507840a^{18}c^4 + 225410779994400a^{19}c^4 \\
& -1232764172640a^{20}c^4 - 8938369440a^{21}c^4 - 15331680a^{22}c^4 \\
& +547487775478218453887613617368378166476800c^5 \\
& -479673341890614884488826146242735711977472ac^5 \\
& +149101551219929947494042368714470526287872a^2c^5 \\
& -20268680734853221313505412868787837370368a^3c^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +1006673687713276347325324146864712261632a^4c^5 \\
& +24067169446277828202018859641128712192a^5c^5 \\
& -3239396080830659830877666613136608768a^6c^5 \\
& -6953510306817729044870715183787776a^7c^5 + 4543452454777736949661448542662144a^8c^5 \\
& +21882756077492827212293566726656a^9c^5 - 3403868544602545992750544899168a^{10}c^5 \\
& -43924439672590216187262355632a^{11}c^5 + 1039351360008810888581422608a^{12}c^5 \\
& +25322012344697562222608880a^{13}c^5 + 19119451159307428527312a^{14}c^5 \\
& -4127387475621056755680a^{15}c^5 - 39707467514313936480a^{16}c^5 + 17849789971165152a^{17}c^5 \\
& +2219509886577984a^{18}c^5 + 11649560242320a^{19}c^5 + 9225936720a^{20}c^5 - 68756688a^{21}c^5 \\
& -117936a^{22}c^5 + 140864629492372916818919828999084936527872c^6 \\
& -102199642229036592757571065030519944118272ac^6 \\
& +26192891094830979382009368992500414414848a^2c^6 \\
& -2825926530687292011889061175765420736512a^3c^6 \\
& +88004948849941316204013917080752488448a^4c^6 \\
& +5239314565073002738287856752606609408a^5c^6 \\
& -297425347522921001692733340139241472a^6c^6 - 5973379325037395427107731326124032a^7c^6 \\
& +348212888595802960260667020877824a^8c^6 + 6774941347810463584124978448384a^9c^6 \\
& -172314612597159685752747088896a^{10}c^6 - 4805124300520721529886550016a^{11}c^6 \\
& +12660586696363550283795456a^{12}c^6 + 1349229413525202504142848a^{13}c^6 \\
& +10612960913443544967168a^{14}c^6 - 78060542365315141632a^{15}c^6 - 1529021801723480064a^{16}c^6 \\
& -5903042192087040a^{17}c^6 + 19627984696320a^{18}c^6 + 190685214720a^{19}c^6 + 359783424a^{20}c^6 \\
& +27667479345381849862403977071788436750336c^7 \\
& -16782815275880282060459567164233753821184ac^7 \\
& +3549232799999849329752105953152305463296a^2c^7 \\
& -298783272144733274132436585409184268288a^3c^7 \\
& +4218204903730573982424238705373872128a^4c^7 \\
& +647809788597672077368823137076822016a^5c^7 \\
& -17307521311903518017838191672991744a^6c^7 - 780162898530773385326540098658304a^7c^7 \\
& +15351337266925540708080875188224a^8c^7 + 640475173167756453442675289088a^9c^7 \\
& -2926647525777582282688276992a^{10}c^7 - 269884581355083108519705600a^{11}c^7 \\
& -1729689386526874992840192a^{12}c^7 + 36898627985539086514176a^{13}c^7 \\
& +551988023054514748416a^{14}c^7 + 857242807211501568a^{15}c^7 - 27064670902004736a^{16}c^7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -176919209026560a^{17}c^7 - 195057308160a^{18}c^7 + 1047720960a^{19}c^7 + 1976832a^{20}c^7 \\
& + 4274984634541941913218477566771960217600c^8 \\
& - 2178574198304936421174811869818891796480ac^8 \\
& + 379064631568388508401540674276420485120a^2c^8 \\
& - 24215889370915350351834696612362059776a^3c^8 \\
& - 60012151613764697274784836802707456a^4c^8 \\
& + 54643586782932729131758702159970304a^5c^8 \\
& - 471121219806982161740973881966592a^6c^8 - 5921823633043667899962923332224a^7c^8 \\
& + 178091576414645849397118550016a^8c^8 + 35233895883090307520125172736a^9c^8 \\
& + 208080401147893670363016192a^{10}c^8 - 8713227042139208949854208a^{11}c^8 \\
& - 120007356432638056132608a^{12}c^8 + 280473768268600338432a^{13}c^8 \\
& - 120007356432638056132608a^{12}c^8 + 280473768268600338432a^{13}c^8 \\
& + 13897638538809772032a^{14}c^8 + 72645346251878400a^{15}c^8 - 141601504112640a^{16}c^8 \\
& - 2083916989440a^{17}c^8 - 4368798720a^{18}c^8 + 530933225436046364909516153483480268800c^9 \\
& - 227673444364841185253178298563116924928ac^9 \\
& + 32389198212892040381449124988677259264a^2c^9 \\
& - 1499876043592737947469008719497265152a^3c^9 \\
& - 1499876043592737947469008719497265152a^3c^9 \\
& - 30559620558398797416617023538921472a^4c^9 \\
& + 3314873959644189871872476980862976a^5c^9 + 16997264449357998946247253712896a^6c^9 \\
& - 2989648769879639675510468333568a^7c^9 - 24261370820529808154842718208a^8c^9 \\
& + 1213735232412663978721347072a^9c^9 + 17522450808900806325173760a^{10}c^9 \\
& - 135246350642965478332416a^{11}c^9 - 3845175916875530704896a^{12}c^9 \\
& - 13772188601388112896a^{13}c^9 + 172193077947331584a^{14}c^9 + 1466329487800320a^{15}c^9 \\
& + 2120995768320a^{16}c^9 - 8905628160a^{17}c^9 - 18670080a^{18}c^9 \\
& + 53845282698700673493044561724875735040c^{10} \\
& - 1941290333361790917782480854274015232ac^{10} \\
& + 2236003486457846678390689107733905408a^2c^{10} \\
& - 69137053507996484366675565561249792a^3c^{10} \\
& - 3012202613139577875629503281561600a^4c^{10} \\
& + 145496413295612386860791202840576a^5c^{10} + 2632390364672740020006571769856a^6c^{10} \\
& - 101511884647250204034500296704a^7c^{10} - 1890744023925809572034211840a^8c^{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +23748650593579942751305728a^9c^{10} + 656546131763336146894848a^{10}c^{10} \\
& + 869591036429137870848a^{11}c^{10} - 68878463374997692416a^{12}c^{10} \\
& - 492502382771503104a^{13}c^{10} + 439661923024896a^{14}c^{10} + 13337068732416a^{15}c^{10} \\
& + 31455350784a^{16}c^{10} + 4511782079473825145251907958755819520c^{11} \\
& - 1363693554550409481001988443261108224ac^{11} \\
& + 125410521099580042584605710738784256a^2c^{11} \\
& - 2164323878294156987991592570454016a^3c^{11} \\
& - 187485720553571360376769177485312a^4c^{11} + 4425936548044371058926593114112a^5c^{11} \\
& + 154548151519816195593133473792a^6c^{11} - 2097670747590124321406238720a^7c^{11} \\
& - 74805082901288920733829120a^8c^{11} + 76023133171280028205056a^9c^{11} \\
& + 14670305915647187460096a^{10}c^{11} + 89840379705225117696a^{11}c^{11} \\
& - 609825616259198976a^{12}c^{11} - 7312288870268928a^{13}c^{11} - 13530786766848a^{14}c^{11} \\
& + 46633107456a^{15}c^{11} + 109983744a^{16}c^{11} + 315057804071553077594228732303769600c^{12} \\
& - 79457550046907145913828284636856320ac^{12} \\
& + 5722147149446209424646833845567488a^2c^{12} \\
& - 27867945938612712473653709635584a^3c^{12} - 8446025899828394222297549635584a^4c^{12} \\
& + 76536516935664043287120838656a^5c^{12} + 5827547829895659111529119744a^6c^{12} \\
& - 11275939120566955067670528a^7c^{12} - 1893040949144959846023168a^8c^{12} \\
& - 9968451459569335369728a^9c^{12} + 194607840917850587136a^{10}c^{12} \\
& + 1997386491657682944a^{11}c^{12} + 108519053819904a^{12}c^{12} - 53752428527616a^{13}c^{12} \\
& - 144885252096a^{14}c^{12} + 18448020907486504811430073388236800c^{13} \\
& - 3856745853450338227021757376626688ac^{13} \\
& + 211641738970982432884384258326528a^2c^{13} + 1433748264612439560591551496192a^3c^{13} \\
& - 286462397082332455760368631808a^4c^{13} - 334717916773476330204364800a^5c^{13} \\
& + 153683855236170251244306432a^6c^{13} + 839739517126519279140864a^7c^{13} \\
& - 31261302613119321686016a^8c^{13} - 315489781260729040896a^9c^{13} \\
& + 1167869845840674816a^{10}c^{13} + 23110204618948608a^{11}c^{13} + 54411556405248a^{12}c^{13} \\
& - 159030853632a^{13}c^{13} - 428654592a^{14}c^{13} + 909482581712513207385940159365120c^{14} \\
& - 156274186020921147699410472271872ac^{14} + 6279292679174525654448344137728a^2c^{14} \\
& + 115956561233432791587999449088a^3c^{14} - 7360152423160490040436457472a^4c^{14} \\
& - 69291789307316134281216000a^5c^{14} + 2845564665449629306060800a^6c^{14} \\
& + 32561955952558276608000a^7c^{14} - 305161120199410974720a^8c^{14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -5040442012218163200a^9c^{14} - 5245737727426560a^{10}c^{14} + 14176464666240a^{11}c^{14} \\
& + 445800775680a^{12}c^{14} + 37833546707041895399564047810560c^{15} \\
& - 5285882183619194304423027277824ac^{15} + 146083328446676129035956781056a^2c^{15} \\
& + 4638394209673830244650319872a^3c^{15} - 140584769016834228427948032a^4c^{15} \\
& - 2435605232707110241566720a^5c^{15} + 34836083038449580769280a^6c^{15} \\
& + 642581667671970152448a^7c^{15} - 880173479338573824a^8c^{15} - 47325764545413120a^9c^{15} \\
& - 143267795435520a^{10}c^{15} + 363499094016a^{11}c^{15} + 1143078912a^{12}c^{15} \\
& + 1328536279489011201768790425600c^{16} - 148912396569253327076390338560ac^{16} \\
& + 2531192885146930883095166976a^2c^{16} + 128614693591513820120481792a^3c^{16} \\
& - 1878200551872092467888128a^4c^{16} - 51981878954804943126528a^5c^{16} \\
& + 217431350420978663424a^6c^{16} + 7967433044494909440a^7c^{16} + 17859224874516480a^8c^{16} \\
& - 248088131665920a^9c^{16} - 936181628928a^{10}c^{16} + 39324937420565516206787788800c^{17} \\
& - 3477519408228495235951362048ac^{17} + 28032529202838965591212032a^2c^{17} \\
& + 2651393497096599815061504a^3c^{17} - 14165258247809019150336a^4c^{17} \\
& - 758760374133196259328a^5c^{17} - 787692050765512704a^6c^{17} + 62545525067612160a^7c^{17} \\
& + 250403875061760a^8c^{17} - 561285365760a^9c^{17} - 2118057984a^{10}c^{17} \\
& + 977881700980828090851655680c^{18} - 66801106085793434248937472ac^{18} \\
& + 43590510705713325539328a^2c^{18} + 41284521661569630732288a^3c^{18} \\
& + 26390765956634247168a^4c^{18} - 7659664312998297600a^5c^{18} - 30527842717532160a^6c^{18} \\
& + 285382425968640a^7c^{18} + 1346143518720a^8c^{18} + 20312269369057937813667840c^{19} \\
& - 1043420520990729981394944ac^{19} - 5610443146844898852864a^2c^{19} \\
& + 481519230461779378176a^3c^{19} + 2220816220809854976a^4c^{19} - 51433538762833920a^5c^{19} \\
& - 287760431185920a^6c^{19} + 577697218560a^7c^{19} + 2724986880a^8c^{19} \\
& + 349451482591594650009600c^{20} - 13031124524113644748800ac^{20} \\
& - 132358476854886137856a^2c^{20} + 4089382966879322112a^3c^{20} + 29424316770680832a^4c^{20} \\
& - 207277762019328a^5c^{20} - 1303633723392a^6c^{20} + 4918829777203023052800c^{21} \\
& - 126939929386332192768ac^{21} - 1751952124085796864a^2c^{21} + 23914007441178624a^3c^{21} \\
& + 208836869750784a^4c^{21} - 379629600768a^5c^{21} - 2387607552a^6c^{21} \\
& + 55669063440673013760c^{22} - 928805370464305152ac^{22} - 15241882330202112a^2c^{22} \\
& + 86141407592448a^3c^{22} + 812654788608a^4c^{22} + 493935192315002880c^{23} \\
& - 4799094350413824ac^{23} - 86731646828544a^2c^{23} + 144049176576a^3c^{23} + 1358954496a^4c^{23} \\
& + 3307151661465600c^{24} - 15605327462400ac^{24} - 294440140800a^2c^{24} + 15703474176000c^{25} \\
& - 24008196096ac^{25} - 452984832a^2c^{25} + 47110422528c^{26} + 67108864c^{27} \} \quad (8)
\end{aligned}$$

Derivation of main result (8):

Substituting $b = -a - 53$, $z = \frac{1}{2}$ in given result (2), we get

$$\begin{aligned} & (2a + 53) {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, & -a - 53 \\ c & \end{matrix} ; \frac{1}{2} \right] \\ &= a {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a + 1, & -a - 53 \\ c & \end{matrix} ; \frac{1}{2} \right] + (a + 53) {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, & -a - 52 \\ c & \end{matrix} ; \frac{1}{2} \right] \end{aligned}$$

Now using same parallel method which is used in Ref[6], we can prove the main result.

REFERENCES RÉFÉRENCES REFERENCIAS

1. Andrews, L.C.(1992) ; *Special Function of mathematics for Engineers,second Edition*, McGraw-Hill Co Inc., New York.
2. Arora, Asish, Singh, Rahul , Salahuddin. ; Development of a family of summation formulae of half argument using Gauss and Bailey theorems *Journal of Rajasthan Academy of Physical Sciences.*, 7(2008), 335-342.
3. Bells, Richard, Wong, Roderick ; *Special Functions , A Graduate Text*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 2010.
4. Prudnikov, A. P., Brychkov, Yu. A. and Marichev, O.I.; *Integrals and Series Vol. 3: More Special Functions*. Nauka, Moscow, 1986. Translated from the Russian by G.G. Gould, Gordon and Breach Science Publishers, New York, Philadelphia, London, Paris, Montreux, Tokyo, Melbourne, 1990.
5. Rainville, E. D.; The contiguous function relations for ${}_pF_q$ with applications to Bateman's $J_n^{u,v}$ and Rice's $H_n(\zeta, p, \nu)$, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 51(1945), 714-723.
6. Salahuddin, Chaudhary, M.P ; A New Summation Formula Allied With Hypergeometric Function, *Global Journal of Science Frontier Research*, 11(2010),21- 37.