



GLOBAL JOURNAL OF SCIENCE FRONTIER RESEARCH
MATHEMATICS AND DECISION SCIENCES

Volume 13 Issue 8 Version 1.0 Year 2013

Type : Double Blind Peer Reviewed International Research Journal

Publisher: Global Journals Inc. (USA)

Online ISSN: 2249-4626 & Print ISSN: 0975-5896

A Summation Formula in the Shade of Contiguous Relation

By Salahuddin, M. P. Chaudhary & Vinesh Kumar

Jawaharlal Nehru University, India

Abstract - The main aim of the present paper is to compute a summation formula in the shade of recurrence relation and contiguous relation.

Keywords : *contiguous function, recurrence relation, bailey summation theorem and legendre duplication formula.*

GJSFR-F Classification : *MSC 2010: 40A25, 2010: 33C60, 33C70*



Strictly as per the compliance and regulations of :





A Summation Formula in the Shade of Contiguous Relation

Salahuddin ^α, M. P. Chaudhary ^σ & Vinesh Kumar ^ρ

Abstract - The main aim of the present paper is to compute a summation formula in the shade of recurrence relation and contiguous relation.

Keywords : contiguous function, recurrence relation, bailey summation theorem and legendre duplication formula.

I. INTRODUCTION

Generalized Gaussian hypergeometric function of one variable is defined as follows

$${}_A F_B \left[\begin{matrix} a_1, a_2, \dots, a_A ; \\ b_1, b_2, \dots, b_B ; \end{matrix} z \right] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a_1)_k (a_2)_k \dots (a_A)_k z^k}{(b_1)_k (b_2)_k \dots (b_B)_k k!}$$

or

$${}_A F_B \left[\begin{matrix} (a_A) ; \\ (b_B) ; \end{matrix} z \right] \equiv {}_A F_B \left[\begin{matrix} (a_j)_{j=1}^A ; \\ (b_j)_{j=1}^B ; \end{matrix} z \right] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{((a_A))_k z^k}{((b_B))_k k!} \quad (1)$$

where the parameters $b_1, b_2, \dots, b_B$ are neither zero nor negative integers and A, B are non-negative integers.

Contiguous Relation[E. D. p.51(10), Andrews p.363(9.16)] is defined as follows

$$(a-b) {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, b ; \\ c ; \end{matrix} z \right] = a {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a+1, b ; \\ c ; \end{matrix} z \right] - b {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, b+1 ; \\ c ; \end{matrix} z \right] \quad (2)$$

Recurrence relation of gamma function is defined by

$$\Gamma(\eta + 1) = \eta \Gamma(\eta) \quad (3)$$

Legendre duplication formula[Bells & Wong p.26(2.3.1)] is defined by

$$\sqrt{\pi} \Gamma(2z) = 2^{(2z-1)} \Gamma(z) \Gamma\left(z + \frac{1}{2}\right) \quad (4)$$

Author ^α : P.D.M College of Engineering, Bahadurgarh, Haryana, India. E-mails : sludn@yahoo.com ; vsludn@gmail.com

Author ^σ : International Scientific Research and Welfare Organization, New Delhi, India. E-mail : mpchaudhary_2000@yahoo.com

Author ^ρ : Jawaharlal Nehru University, New Delhi, India.

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} = \frac{2^{(b-1)} \Gamma\left(\frac{b}{2}\right) \Gamma\left(\frac{b+1}{2}\right)}{\Gamma(b)} \quad (5)$$

$$= \frac{2^{(a-1)} \Gamma\left(\frac{a}{2}\right) \Gamma\left(\frac{a+1}{2}\right)}{\Gamma(a)} \quad (6)$$

Bailey summation theorem [Prudnikov, p.491(7.3.7.8)] is defined as follows

$${}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, 1-a \\ c \end{matrix} ; \frac{1}{2} \right] = \frac{\Gamma\left(\frac{c}{2}\right) \Gamma\left(\frac{c+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{c+a}{2}\right) \Gamma\left(\frac{c+1-a}{2}\right)} = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(c)}{2^{c-1} \Gamma\left(\frac{c+a}{2}\right) \Gamma\left(\frac{c+1-a}{2}\right)} \quad (7)$$

II. MAIN SUMMATION FORMULA

$$\begin{aligned} & {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, -a-54 \\ c \end{matrix} ; \frac{1}{2} \right] \\ &= \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(c)}{2^{c+54}} \left[\frac{1}{\Gamma\left(\frac{c-a+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{c+a+54}{2}\right)} \left\{ \begin{aligned} & -3632526548102967623456065290853023744000000a \\ & +4446799967986720070907003058844676587520000a^2 \\ & -2029423777265418667267401072793003032576000a^3 \\ & +443393446729261561819047053333687728742400a^4 \\ & -46492623077576826452271912851638915860480a^5 \\ & +1470471643076035263532029552407442835968a^6 \\ & +114572503003776862831268755822471937664a^7 \\ & -7813304623052902580133509116890000960a^8 \\ & -153416538212733096592297056887202080a^9 + 14724690149357492747415014222077040a^{10} \\ & +247244392290154740728936296785320a^{11} - 14345567277256921190022015881260a^{12} \\ & -352277952633068085930977771230a^{13} + 5374257859606163400930658835a^{14} \\ & +250042385428957947954454805a^{15} + 1139963388129223673994290a^{16} \\ & -61210783668006255693280a^{17} - 1021346729033060962675a^{18} - 1391519338833706225a^{19} \\ & +112554717038947040a^{20} + 1183227483550970a^{21} + 2786824170845a^{22} - 28308195565a^{23} \\ & -222901510a^{24} - 523900a^{25} - 13a^{26} + a^{27} + 3632526548102968026747526417458659328000000c \\ & -11447440941328048633017211362987705630720000ac \\ & +9211118326702870702420837367532908052480000a^2c \\ & -3197626066461919106455613933982917492736000a^3c \\ & +544034877784552685444825886335003267481600a^4c \end{aligned} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -41849976638850767561406485048985094164480a^5c \\
& +338674010210218811784293916756559709184a^6c \\
& +131177023711791865111053764775734350080a^7c \\
& -3822922134862208518793922528110579200a^8c \\
& -221198552564911668866275091063488448a^9c + 6183887309666073264552858303047296a^{10}c \\
& +285768752072250779724688685696560a^{11}c - 3414217135501837933664628119840a^{12}c \\
& -237613364550194685192697112228a^{13}c - 894245510448316634134671164a^{14}c \\
& +89111818360260555305584840a^{15}c + 1385921634828462900823720a^{16}c \\
& -4972943401975613435228a^{17}c - 304935890554278164324a^{18}c - 2506978617169563680a^{19}c \\
& +5089885996932880a^{20}c + 200697003839332a^{21}c + 1143581839036a^{22}c + 1058348200a^{23}c \\
& -11899160a^{24}c - 38948a^{25}c - 28a^{26}c + 7000640973341330116564767451705308610560000c^2 \\
& -13197770891330255431647935972400430055424000ac^2 \\
& +7986872888777489932100412993498267687321600a^2c^2 \\
& -2191093384173710840496892578048324355031040a^3c^2 \\
& +292154091798287466806755221034252982747136a^4c^2 \\
& -15649191339713282193316734250744178614272a^5c^2 \\
& -284595469676096712179994160702559262720a^6c^2 \\
& +55466321801378218467154018711649242880a^7c^2 \\
& -306363689623909032803221252328698880a^8c^2 \\
& -91180302417289209324391443624747584a^9c^2 + 327218529522563287674096864919680a^{10}c^2 \\
& +92049324521481933164800386706640a^{11}c^2 + 534370623670037201750663618304a^{12}c^2 \\
& -48422887139692156312515351692a^{13}c^2 - 788954231874934003008584480a^{14}c^2 \\
& +7296299288795158190543800a^{15}c^2 + 285520511362272310663968a^{16}c^2 \\
& +1737586861039344518060a^{17}c^2 - 21717164092308484800a^{18}c^2 - 366771778900223840a^{19}c^2 \\
& -1460471963158208a^{20}c^2 + 6258948547852a^{21}c^2 + 72721914720a^{22}c^2 + 201033560a^{23}c^2 \\
& +43680a^{24}c^2 - 364a^{25}c^2 + 6016076341892806068169088746491928903680000c^3 \\
& -8341596652072026236116897582764406603776000ac^3 \\
& +4001850939872167416046145885931356848128000a^2c^3 \\
& -882909674743446524173608599777725893672960a^3c^3 \\
& +91719417630240307850190627433238113886208a^4c^3 \\
& -3030075016607756348233826719977981757440a^5c^3 \\
& -173820633392837756153941434187607498240a^6c^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +12052902463886094478736396397386594816a^7c^3 \\
& +179211164796489899280806791716326528a^8c^3 \\
& -17689253888817289402312817855802240a^9c^3 - 240371634387184730061267844952480a^{10}c^3 \\
& +13051174294265468921628655481568a^{11}c^3 + 268149543807457100423126853176a^{12}c^3 \\
& -3506848186957057037827076800a^{13}c^3 - 135546005721612414552672880a^{14}c^3 \\
& -528820386212205619824864a^{15}c^3 + 21595857596853711168712a^{16}c^3 \\
& +289190509268314368000a^{17}c^3 + 359351206947761600a^{18}c^3 - 17481680880183520a^{19}c^3 \\
& -132017981959864a^{20}c^3 - 214502608320a^{21}c^3 + 1177867600a^{22}c^3 + 4673760a^{23}c^3 \\
& +3640a^{24}c^3 + 3108956383027196609961018663628097716224000c^4 \\
& -3403275361361867397249725598578987897978880ac^4 \\
& +1327648455477171001265285669064535605510144a^2c^4 \\
& -237160981070123058238520435247431296155648a^3c^4 \\
& -237160981070123058238520435247431296155648a^3c^4 \\
& +18850751279207715678790005363904287621120a^4c^4 \\
& -261640087246922633182405157556223119360a^5c^4 \\
& -45123447992756330854753251540074511360a^6c^4 \\
& +1443041941697296626639826391982532608a^7c^4 \\
& +59628588305938998879313815892337920a^8c^4 \\
& -1767598985950292309360185568642560a^9c^4 - 61124582565088698074200484687424a^{10}c^4 \\
& +766815382229693289212279824512a^{11}c^4 + 38593680320702363002767107760a^{12}c^4 \\
& +89225877125513221657352880a^{13}c^4 - 10260855114125709525489200a^{14}c^4 \\
& -122718103062957204794992a^{15}c^4 + 407744008975486840800a^{16}c^4 \\
& +16850102246081676000a^{17}c^4 + 99279261403402080a^{18}c^4 - 163715674842720a^{19}c^4 \\
& -3782106408080a^{20}c^4 - 12432019600a^{21}c^4 - 4957680a^{22}c^4 + 21840a^{23}c^4 \\
& +1094975550956436907775227234736756332953600c^5 \\
& -978242626520982044335005379387204753686528ac^5 \\
& +314382894870084342272975280469724425617408a^2c^5 \\
& +314382894870084342272975280469724425617408a^2c^5 \\
& -45454946163560463741237267355567427420160a^3c^5 \\
& +2669511295085729778934788292515291463680a^4c^5 \\
& +15215933139642940814219084054305505280a^5c^5 \\
& -7040593004867965687307122744729190400a^6c^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +75399710027748838930155070184529920a^7c^5 + 9012916787329830998102911056609280a^8c^5 \\
& -63894020453791883956249988308992a^9c^5 - 7078079241920872802082102033408a^{10}c^5 \\
& -18629767924026911261867712000a^{11}c^5 + 2798908250775976586690526720a^{12}c^5 \\
& +32733357651798646617302528a^{13}c^5 - 321346071229017041732096a^{14}c^5 \\
& -8311257138557809413120a^{15}c^5 - 33548870426968765440a^{16}c^5 + 396609173489937408a^{17}c^5 \\
& +4255851775279104a^{18}c^5 + 10002781268480a^{19}c^5 - 32659827200a^{20}c^5 - 164516352a^{21}c^5 \\
& -139776a^{22}c^5 + 281729258984745833637839657998169873055744c^6 \\
& -209080345294465611912222942147234697838592ac^6 \\
& +55692691665926505552344748667950606581760a^2c^6 \\
& +55692691665926505552344748667950606581760a^2c^6 \\
& -6477265249649587988555005706548805632000a^3c^6 \\
& +263184454198672052320334817852793815040a^4c^6 \\
& +7673136695076054465444274968035983360a^5c^6 \\
& -726110490382890780475421756065955840a^6c^6 \\
& -4094012565858695299205893049016320a^7c^6 + 818909079613223534437199798853632a^8c^6 \\
& +5710868286108996384692584837120a^9c^6 - 468389717000632029209582976000a^{10}c^6 \\
& -6305860736193246128193646080a^{11}c^6 + 101277666501689938085489664a^{12}c^6 \\
& +2457836711874854440306176a^{13}c^6 + 4007889101414888335360a^{14}c^6 \\
& -267513470116291210240a^{15}c^6 - 2304006099624413184a^{16}c^6 - 225581682213888a^{17}c^6 \\
& +73950361605120a^{18}c^6 + 294553459200a^{19}c^6 + 171179008a^{20}c^6 - 512512a^{21}c^6 \\
& +55334958690763699724807954143576873500672c^7 \\
& -34447159283462405716080438791869908910080ac^7 \\
& +7617041445747475208379546665120495042560a^2c^7 \\
& -703925501781924796792921184356876681216a^3c^7 \\
& +17182302149333813134188359503972401152a^4c^7 \\
& +1156460144680239181549889424647290880a^5c^7 \\
& -50431434993551669525735959029268480a^6c^7 - 1120069756485964371181742622064640a^7c^7 \\
& +46790039614326326448784373620736a^8c^7 + 950003665497301164987217643520a^9c^7 \\
& -17091259823830483812712688640a^{10}c^7 - 481108627237604745654392832a^{11}c^7 \\
& +437789460524645894286336a^{12}c^7 + 93938074872709567385600a^{13}c^7 \\
& +689205725948291368960a^{14}c^7 - 3334171641254817792a^{15}c^7 - 60023169624557568a^{16}c^7 \\
& -191490123601920a^{17}c^7 + 386283955200a^{18}c^7 + 2663598080a^{19}c^7 + 2489344a^{20}c^7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +8549969269083883826436955133543920435200c^8 \\
& -4487183204544222436034062184445158359040ac^8 \\
& +822114172191171112034830120588798853120a^2c^8 \\
& -59181159832105079310133153622735454208a^3c^8 \\
& +550044067632828817223912346687897600a^4c^8 \\
& +109023784117871692197935887207874560a^5c^8 \\
& -2209223919127229070573081627942912a^6c^8 - 105950659147551582373807599763456a^7c^8 \\
& +1511366511083621520561289605120a^8c^8 + 65855223709980656410872990720a^9c^8 \\
& -154217179022484930147214848a^{10}c^8 - 20047675270005757092026880a^{11}c^8 \\
& -127426565851832978565120a^{12}c^8 + 1843523156073250263040a^{13}c^8 \\
& +24900217195887221760a^{14}c^8 + 39810865313117184a^{15}c^8 - 711704868526080a^{16}c^8 \\
& -3539660467200a^{17}c^8 - 2744501760a^{18}c^8 + 6223360a^{19}c^8 \\
& +1061866450872092729819032306966960537600c^9 \\
& -470696240064046834277696783394214510592ac^9 \\
& +71103696052438540093900938903524737024a^2c^9 \\
& -3864504631206492457221863820699893760a^3c^9 \\
& -21995920522328475231687734988636160a^4c^9 \\
& +7248737630521058763769325842563072a^5c^9 - 38046526497982897282868169113600a^6c^9 \\
& -6207416313885855081135559557120a^7c^9 + 5507876868597106789294080000a^8c^9 \\
& +2771338457332736937353410560a^9c^9 + 17232256326831465899206656a^{10} \\
& -48443884641380103086080a^{11}c^9 - 6129597332128243916800a^{12}c^9 \\
& +7788074391423406080a^{13}c^9 + 444688699425484800a^{14}c^9 + 1897803475476480a^{15}c^9 \\
& -2194107801600a^{16}c^9 - 23972382720a^{17}c^9 - 24893440a^{18}c^9 \\
& +107690565397401346986089123449751470080c^{10} \\
& -40298450154600440670724427588101472256ac^{10} \\
& +4979603450912020846561803936569753600a^2c^{10} \\
& -194179767204215386689686960160112640a^3c^{10} \\
& -4323989352193297132571413343502336a^4c^{10} \\
& +352004913867257185711954839502848a^5c^{10} + 2325331762312550390227270041600a^6c^{10} \\
& -246675815364740511758225817600a^7c^{10} - 2101196022185623846193897472a^8c^{10} \\
& +73603627098759322888587264a^9c^{10} + 998773609274911009013760a^{10}c^{10} \\
& -5348026267333513420800a^{11}c^{10} - 144246398268992667648a^{12}c^{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -461009858663337984a^{13}c^{10} + 3791169745059840a^{14}c^{10} + 24705743462400a^{15}c^{10} \\
& + 24554889216a^{16}c^{10} - 44808192a^{17}c^{10} + 9023564158947650290503815917511639040c^{11} \\
& - 2843545835937856596678364782091304960ac^{11} \\
& + 284198508171590530008832493071892480a^2c^{11} \\
& - 7248241056630633388858805809840128a^3c^{11} \\
& - 324151866977318962673592068800512a^4c^{11} \\
& + 12431410271322423440262424166400a^5c^{11} + 226207740881347167069894574080a^6c^{11} \\
& - 6607004619365771071955632128a^7c^{11} - 117830225573088588420157440a^8c^{11} \\
& + 1082046359950354800967680a^9c^{11} + 28191030879356703621120a^{10}c^{11} \\
& + 44332110912917667840a^{11}c^{11} - 1884347620113014784a^{12}c^{11} \\
& - 10948008471429120a^{13}c^{11} + 5038993489920a^{14}c^{11} + 132501897216a^{15}c^{11} \\
& + 154791936a^{16}c^{11} + 630115608143106155188457464607539200c^{12} \\
& - 166510427814889927691865087069388800ac^{12} \\
& + 13254125875165976604292282062995456a^2c^{12} \\
& - 179009416137093751386906480869376a^3c^{12} \\
& - 16178425644598072775547752284160a^4c^{12} + 301830441774802757314128117760a^5c^{12} \\
& + 10297013217762243808331431936a^6c^{12} - 105037265307476334520303616a^7c^{12} \\
& - 3603433122060384811827200a^8c^{12} + 644195867700000112640a^9c^{12} \\
& + 476709376875333009408a^{10}c^{12} + 2509653629563551744a^{11}c^{12} \\
& - 11611606660792320a^{12}c^{12} - 107841477918720a^{13}c^{12} - 135184957440a^{14}c^{12} \\
& + 206389248a^{15}c^{12} + 36896041814973009622860146776473600c^{13} \\
& - 8127548367078871350477937109368832ac^{13} \\
& + 504510698528027682635538468175872a^2c^{13} \\
& - 1323497087192695421657310822400a^3c^{13} - 593509864332248030778527580160a^4c^{13} \\
& + 3917288549075718277986516992a^5c^{13} + 309083758364887855724232704a^6c^{13} \\
& - 252346848943346139136000a^7c^{13} - 71007214363386055884800a^8c^{13} \\
& - 341282202560481853440a^9c^{13} + 4687277210526941184a^{10}c^{13} \\
& + 39130920692613120a^{11}c^{13} + 7356982886400a^{12}c^{13} - 475647836160a^{13}c^{13} \\
& - 635043840a^{14}c^{13} + 1818965163425026414771880318730240c^{14} \\
& - 331432963543570716694361319407616ac^{14} \\
& + 15580190190278883223001177784320a^2c^{14} + 118449248389281046014155816960a^3c^{14} \\
& - 16463738644881958686063329280a^4c^{14} - 32868538758870739034046464a^5c^{14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +6508230784490380925337600a^6c^{14} + 33973338199764975616000a^7c^{14} \\
& -902948500535452631040a^8c^{14} - 7739300305016586240a^9c^{14} + 19394646571745280a^{10}c^{14} \\
& +306227665305600a^{11}c^{14} + 483903406080a^{12}c^{14} - 635043840a^{13}c^{14} \\
& +75667093414083790799128095621120c^{15} - 11293404558545472311847330775040ac^{15} \\
& +385237786782572649258114088960a^2c^{15} + 6886709650612546798746599424a^3c^{15} \\
& -345278343889697170514771968a^4c^{15} - 3084842618713655468359680a^5c^{15} \\
& +95447961247798364733440a^6c^{15} + 960076865110754721792a^7c^{15} \\
& -6570638002018320384a^8c^{15} - 89151322946273280a^9c^{15} - 78726384844800a^{10}c^{15} \\
& +1141554806784a^{11}c^{15} + 1778122752a^{12}c^{15} + 2657072558978022403537580851200c^{16} \\
& -320916602122447722645301493760ac^{16} + 7427791929876820972380618752a^2c^{16} \\
& +219997932356643978991894528a^3c^{16} - 5340463733044059954216960a^4c^{16} \\
& -83160599985153711144960a^5c^{16} + 906544454419543425024a^6c^{16} \\
& +14239272428932497408a^7c^{16} - 11566861868728320a^8c^{16} - 574066930483200a^9c^{16} \\
& -1158891503616a^{10}c^{16} + 1333592064a^{11}c^{16} + 78649874841131032413575577600c^{17} \\
& -7572140988774201526449078272ac^{17} + 105350453272102346707435520a^2c^{17} \\
& +4931686436606781711974400a^3c^{17} - 56778065888046124892160a^4c^{17} \\
& -1382070427809348845568a^5c^{17} + 4120776126092279808a^6c^{17} \\
& +129464570538885120a^7c^{17} + 226140605644800a^8c^{17} - 1846632775680a^9c^{17} \\
& -3451650048a^{10}c^{17} + 1955763401961656181703311360c^{18} \\
& -147305106472175452601450496ac^{18} + 920659167165155083550720a^2c^{18} \\
& +81832124421204329103360a^3c^{18} - 323835095122234572800a^4c^{18} \\
& -15473132463511568384a^5c^{18} - 15563091209093120a^6c^{18} + 704270840627200a^7c^{18} \\
& +1871561359360a^8c^{18} - 1917583360a^9c^{18} + 40624538738115875627335680c^{19} \\
& -2337655079141249877278720ac^{19} + 50833154644377600000a^2c^{19} \\
& +1011830277655997972480a^3c^{19} + 819470699905679360a^4c^{19} - 115852889062113280a^5c^{19} \\
& -349631964774400a^6c^{19} + 1987020062720a^7c^{19} + 4642570240a^8c^{19} \\
& +698902965183189300019200c^{20} - 29802154983947784683520ac^{20} \\
& -145433881681353244672a^2c^{20} + 9157714227866107904a^3c^{20} \\
& +34546098681937920a^4c^{20} - 543412846592000a^5c^{20} - 2011161427968a^6c^{20} \\
& +1857028096a^7c^{20} + 9837659554406046105600c^{21} - 298541969464415485952ac^{21} \\
& -2547571969167982592a^2c^{21} + 58160273550213120a^3c^{21} + 312638638653440a^4c^{21} \\
& -1362528043008a^5c^{21} - 4244635648a^6c^{21} + 111338126881346027520c^{22}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2274252794338738176ac^{22} - 24961255211008000a^2c^{22} + 239086820392960a^3c^{22} \\
& + 1377577205760a^4c^{22} - 1157627904a^5c^{22} + 987870384630005760c^{23} \\
& - 12521586242355200ac^{23} - 152383258624000a^2c^{23} + 538548633600a^3c^{23} \\
& + 2516582400a^4c^{23} + 6614303322931200c^{24} - 45713719296000ac^{24} - 544001228800a^2c^{24} \\
& + 419430400a^3c^{24} + 31406948352000c^{25} - 93348429824ac^{25} - 872415232a^2c^{25} \\
& + 94220845056c^{26} - 67108864ac^{26} + 134217728c^{27} \\
& + \frac{1}{\Gamma(\frac{c-a}{2})\Gamma(\frac{c+a+55}{2})} \left\{ 21199969233754779522582696534019670016000000 \right. \\
& \quad - 40448776569893792647187579604874997268480000a \\
& \quad + 25826596045904710375921437584297480257536000a^2 \\
& \quad - 7617288571919285564041299415651496708505600a^3 \\
& \quad + 1105717245212559253666448811710381636321280a^4 \\
& \quad - 65198666231202923543092772909741710344192a^5 \\
& \quad - 1303759126114916549487350691909861771264a^6 \\
& \quad + 287646393691962023619209274652050389376a^7 \\
& \quad - 2006518267127267611741367694369814080a^8 \\
& - 601516203312960815787418024113714400a^9 + 3132469382094702103722831125866160a^{10} \\
& + 803356044653660754693952888636120a^{11} + 4499989549943790094483885629620a^{12} \\
& + 803356044653660754693952888636120a^{11} + 4499989549943790094483885629620a^{12} \\
& - 590609016348862598837540541530a^{13} - 10687667755074448785878046175a^{14} \\
& + 139536045020284365648854635a^{15} + 5985018757194802795579070a^{16} \\
& + 40988950496274255765160a^{17} - 781798396049215232545a^{18} \\
& - 16018530946657517135a^{19} - 80133122523677080a^{20} + 591940995332830a^{21} \\
& + 9569336149295a^{22} + 43184642605a^{23} + 11461190a^{24} - 517868a^{25} \\
& - 1471a^{26} - a^{27} + 55749601856849326885503310801708662128640000c \\
& - 80833783247988401574359777417003470946304000ac \\
& + 41476398068994392438730217052111173445222400a^2c \\
& - 9921634533992418677488328705681181381918720a^3c \\
& + 1129595111683638115022135175310497910038528a^4c \\
& - 41343328174634653153662633890779951933440a^5c \\
& - 2639694442821787683316818271580389664256a^6c \\
& + 207834375376397381922779060804046362880a^7c \\
& + 3333378777625425671664232987653922688a^8c
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -395571815692872397925104084755335104a^9c \\
& -5780540101266474467498356406851424a^{10}c + 395624883991889288907869023160240a^{11}c \\
& + 9023851675658406720440350190728a^{12}c - 156462341668600986057545383084a^{13}c \\
& - 6718839727553073164364445964a^{14}c - 26627438922785568610966600a^{15}c \\
& + 1704366830961932425345408a^{16}c + 27470936711130374480876a^{17}c \\
& + 28495095622372575196a^{18}c - 3131651836634189440a^{19}c - 32144429064282392a^{20}c \\
& - 71582391764884a^{21}c + 798787884076a^{22}c + 6128671640a^{23}c + 14145040a^{24}c \\
& - 364a^{25}c - 28a^{26}c + 60323350166584016620766069978751219793920000c^2 \\
& - 70230677927029756689822554021247997968384000ac^2 \\
& + 29588020646630203497526259209931170487992320a^2c^2 \\
& - 5772306194021439307276351639776392198455296a^3c^2 \\
& + 506040765982457618685549566179428352745472a^4c^2 \\
& - 7836665908276428433448470802969557874688a^5c^2 \\
& - 1515359399655398142189727579319011975680a^6c^2 \\
& + 55612383979607382636577573910160533248a^7c^2 \\
& + 2552342539878182488001963870123555200a^8c^2 \\
& - 90317666775393160799520945748065856a^9c^2 \\
& - 3479577920496529451031197061030240a^{10}c^2 + 55540238125844639036130657466192a^{11}c^2 \\
& + 3094561781361534915190868298408a^{12}c^2 + 6066037749101045245752672812a^{13}c^2 \\
& - 1242242683759115342465280080a^{14}c^2 - 17519447797997695155853624a^{15}c^2 \\
& + 90730899846950167637976a^{16}c^2 + 4201446753669130768660a^{17}c^2 \\
& + 31923266313082372800a^{18}c^2 - 94469328416045440a^{19}c^2 - 2808326092708136a^{20}c^2 \\
& - 15103121325292a^{21}c^2 - 9978543120a^{22}c^2 + 174002920a^{23}c^2 + 535080a^{24}c^2 \\
& + 364a^{25}c^2 + 37555522810090151738205063521902025244672000c^3 \\
& - 36086962155562346088593064788079569094574080ac^3 \\
& + 12624484686579638081195696884493025164918784a^2c^3 \\
& - 2006909249127744247092247682853222496174080a^3c^3 \\
& + 130817519827749334524808566239762816114688a^4c^3 \\
& + 833207918706630930417419847854688860160a^5c^3 \\
& - 437921291451502172458374504921889730048a^6c^3 \\
& + 5536162854522065088533808278401735168a^7c^3 \\
& + 730539070818246811076412510944409728a^8c^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -6538722479770146561597668546321280a^9c^3 \\
& -781196498564405249250618195583136a^{10}c^3 - 1861905966776380075654671672096a^{11}c^3 \\
& +446820960086561398938032331896a^{12}c^3 + 6048855038774419058857371520a^{13}c^3 \\
& -82345496181519532102813360a^{14}c^3 - 2526739282556902547246112a^{15}c^3 \\
& -12230934273727867408568a^{16}c^3 + 225768527648593987200a^{17}c^3 \\
& +3274260421817253440a^{18}c^3 + 11012370791662240a^{19}c^3 - 69844059268984a^{20}c^3 \\
& -674153800320a^{21}c^3 - 1697412080a^{22}c^3 + 43680a^{23}c^3 + 3640a^{24}c^3 \\
& +15504722610303804647038831921418635051008000c^4 \\
& -12485062293329100668610095394935688734441472ac^4 \\
& -12485062293329100668610095394935688734441472ac^4 \\
& +3646162610973168607846804453818678300377088a^2c^4 \\
& -469334239117153564603665910909716414922752a^3c^4 \\
& +21302825274247445266194114141898496655360a^4c^4 \\
& +700891150729743525544010289689624481792a^5c^4 \\
& -75774356577447521278620767470287406080a^6c^4 \\
& -457136252619319463221888858765682688a^7c^4 \\
& +113694623129340461500350786789825280a^8c^4 \\
& +858824919407441295916797097346560a^9c^4 - 90876308973769058608989296814528a^{10}c^4 \\
& -1403584758765964934722345621632a^{11}c^4 + 29668464281533555738730018640a^{12}c^4 \\
& +851290548019467504476258640a^{13}c^4 + 1317370751880168060378160a^{14}c^4 \\
& -158968301988805136601488a^{15}c^4 - 1781383652084420498400a^{16}c^4 \\
& +425735347927237920a^{17}c^4 + 129610700105446560a^{18}c^4 + 845268636532320a^{19}c^4 \\
& +885837032080a^{20}c^4 - 9570120560a^{21}c^4 - 32082960a^{22}c^4 - 21840a^{23}c^4 \\
& +4591836016045132410711390357010948886102016c^5 \\
& -3125462541976340926442045625221453136789504ac^5 \\
& +762957611592483983651651531843407831891968a^2c^5 \\
& -78561445284092852852647324813688084889600a^3c^5 \\
& +2156513244407261585667595051798944940032a^4c^5 \\
& +165125851387922901522976788854974218240a^5c^5 \\
& -8307649968594445284093892239119155200a^6c^5 \\
& -209169576218301027098248787413360640a^7c^5 \\
& +10491301589266481930163847187464192a^8c^5 + 244413614895851296619738228865024a^9c^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -5546684099635144836242695139328a^{10}c^5 - 182817608101065685905755619840a^{11}c^5 \\
& + 311999674033828510508093952a^{12}c^5 + 57428560993193218527322624a^{13}c^5 \\
& + 526376923089086704121344a^{14}c^5 - 3860828208605790090240a^{15}c^5 \\
& - 92065939531334765568a^{16}c^5 - 428155269331485696a^{17}c^5 \\
& + 1658286442036224a^{18}c^5 + 21572919047680a^{19}c^5 + 59749161472a^{20}c^5 - 1537536a^{21}c^5 \\
& - 139776a^{22}c^5 + 1025105200387095943899902171776774400114688c^6 \\
& - 592500024523380238097047675423699960332288ac^6 \\
& + 120674238078934887062278018301350064947200a^2c^6 \\
& - 9747517899690488534787401542328648204288a^3c^6 \\
& + 102547129019795802864134950763629772800a^4c^6 \\
& + 23341401962648448225381567889918361600a^5c^6 \\
& - 553294171213642216228405017341788160a^6c^6 \\
& - 30463720653911060523902245087830016a^7c^6 \\
& + 531188698115275574408655455166464a^8c^6 \\
& + 26834641732618061720788278978560a^9c^6 - 90697876758152881055310151680a^{10}c^6 \\
& - 12469918726763345231238726144a^{11}c^6 - 95372366488869767567542272a^{12}c^6 \\
& + 1958841019080564192397824a^{13}c^6 + 34404269493674962984960a^{14}c^6 \\
& + 68568691220310780928a^{15}c^6 - 2207058491712442368a^{16}c^6 - 17959319172867072a^{17}c^6 \\
& - 26087557816320a^{18}c^6 + 204161717760a^{19}c^6 + 752367616a^{20}c^6 + 512512a^{21}c^6 \\
& + 178431675861397209417564866214261499625472c^7 \\
& - 87734093603557063461100629576517303664640ac^7 \\
& + 14839708143626654122753200292059066400768a^2c^7 \\
& - 911886753977123462619872409709031456768a^3c^7 \\
& - 5945563557274274923212763220052410368a^4c^7 \\
& + 2262693274158780089730832415110758400a^5c^7 \\
& - 14454028649396240420153324181569536a^6c^7 \\
& - 2667613893593640158594902360145920a^7c^7 \\
& + 3903488443817586139520933789696a^8c^7 + 1741924001236644193167096268800a^9c^7 \\
& + 12716109618704368253180863488a^{10}c^7 - 486757800042474045026912256a^{11}c^7 \\
& - 7775610183128357091185664a^{12}c^7 + 16532925385453980405760a^{13}c^7 \\
& + 1112320347062920652800a^{14}c^7 + 6983331366035042304a^{15}c^7 - 15759917828548608a^{16}c^7 \\
& - 314348211640320a^{17}c^7 - 967371525120a^{18}c^7 + 24893440a^{19}c^7 + 2489344a^{20}c^7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +24807108755263883129546912497144745164800c^8 \\
& -10373447682342453865843499426738499223552ac^8 \\
& +1446381707533354580030354276139102371840a^2c^8 \\
& -64299990599507355351434732642978496512a^3c^8 \\
& -1651975424235901649273697522561515520a^4c^8 \\
& +157281314309815720715753632977600512a^5c^8 \\
& +1183901686020266626775687943315456a^6c^8 \\
& -155918120504861856723705862897664a^7c^8 - 1556609873489413309212692766720a^8c^8 \\
& +70699044648010635087888983040a^9c^8 + 1181768337222779098240740864a^{10}c^8 \\
& -8882914570890734028695040a^{11}c^8 - 306338635304196775188480a^{12}c^8 \\
& -1317085873635815895040a^{13}c^8 + 17986895638472217600a^{14}c^8 \\
& +191269239401450496a^{15}c^8 + 363672920033280a^{16}c^8 - 2231186580480a^{17}c^8 \\
& -9129669120a^{18}c^8 - 6223360a^{19}c^8 + 2804126927188028276438403029617522769920c^9 \\
& -995216539132082128070022600990933385216ac^9 \\
& +113181986940969202506707457858274852864a^2c^9 \\
& -3321718948286125325344751692802949120a^3c^9 \\
& -173047298403562543198502363729428480a^4c^9 \\
& +7865523690111819384010185009954816a^5c^9 + 168543388402562926801139025510400a^6c^9 \\
& +7865523690111819384010185009954816a^5c^9 + 168543388402562926801139025510400a^6c^9 \\
& -6106007699075910810025305784320a^7c^9 - 131888054240289950863427481600a^8c^9 \\
& +1604131537755452104562042880a^9c^9 + 52554917688206727474210816a^{10}c^9 \\
& +96998444686728903352320a^{11}c^9 - 6866540549247096340480a^{12}c^9 \\
& -58947228039760220160a^{13}c^9 + 58849865817600000a^{14}c^9 + 2514785394401280a^{15}c^9 \\
& +8706381066240a^{16}c^9 - 224040960a^{17}c^9 - 24893440a^{18}c^9 \\
& +261160578538060076930306638036818984960c^{10} \\
& -78387768847952887293758504765912776704ac^{10} \\
& +7166292074617072033249448450006712320a^2c^{10} \\
& -112617224725178712600722303123193856a^3c^{10} \\
& -11982723916445526351990498616737792a^4c^{10} \\
& +269498369138396604951317782167552a^5c^{10} + 11009522932068299031239592345600a^6c^{10} \\
& -142965252101057371524373266432a^7c^{10} - 6041943547140106724347367424a^8c^{10} \\
& +3202524240689985291565056a^9c^{10} + 1420892488305986996551680a^{10}c^{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +10276780737520543014912a^{11}c^{10} - 77363684925794082816a^{12}c^{10} \\
& -1165228518417739776a^{13}c^{10} - 2830375166361600a^{14}c^{10} + 14279534370816a^{15}c^{10} \\
& +65688809472a^{16}c^{10} + 44808192a^{17}c^{10} + 20240876515654329430175441772966051840c^{11} \\
& -5111932841688855779660370831789260800ac^{11} \\
& +368283378698560635441217440136036352a^2c^{11} \\
& -1148074246778322842211138374467584a^3c^{11} \\
& -608522099235472651824952509530112a^4c^{11} + 4988410470184579042083514613760a^5c^{11} \\
& +474526041090394201608666710016a^6c^{11} - 614214874543954549543501824a^7c^{11} \\
& -180260312777802037946880000a^8c^{11} - 1126360324263631256616960a^9c^{11} \\
& +23165654835262043799552a^{10}c^{11} + 286082529568012369920a^{11}c^{11} \\
& +40526845460914176a^{12}c^{11} - 12162415190016000a^{13}c^{11} - 48122749009920a^{14}c^{11} \\
& +1238335488a^{15}c^{11} + 154791936a^{16}c^{11} + 1315079511382489560322605442714828800c^{12} \\
& -277613415045647910348797324361203712ac^{12} \\
& +15329164354381385090426929940529152a^2c^{12} \\
& +138014868112831973433152599228416a^3c^{12} - 23427334767907987551259280015360a^4c^{12} \\
& -53279139625208575000410062848a^5c^{12} + 14479553407241445140195049472a^6c^{12} \\
& +94926215113529130909433856a^7c^{12} - 3556399771366164661452800a^8c^{12} \\
& -42208523703922374656000a^9c^{12} + 172641565458001575936a^{10}c^{12} \\
& +4350479387262468096a^{11}c^{12} + 13433982442782720a^{12}c^{12} - 57550609858560a^{13}c^{12} \\
& -302360248320a^{14}c^{12} - 206389248a^{15}c^{12} + 71999661689716690178257474195292160c^{13} \\
& -12598714042039729465076333670301696ac^{13} \\
& +511951316017793951901613044006912a^2c^{13} \\
& +11029146261811209062788460707840a^3c^{13} - 687175616512018461897974087680a^4c^{13} \\
& -7610736773056919668826046464a^5c^{13} + 313311150967462474173906944a^6c^{13} \\
& +4166444945180217583206400a^7c^{13} - 41999188160631935467520a^8c^{13} \\
& -840517960826012958720a^9c^{13} - 1125147820103172096a^{10}c^{13} \\
& +37422811523973120a^{11}c^{13} + 172749070663680a^{12}c^{13} - 4445306880a^{13}c^{13} \\
& -635043840a^{14}c^{13} + 3332787474577031913816810879713280c^{14} \\
& -478442274681505951840449513652224ac^{14} + 13415851614021243608085120942080a^2c^{14} \\
& +487693618885197903243708989440a^3c^{14} - 15073583491423803429869322240a^4c^{14} \\
& -300800813321458486865821696a^5c^{14} + 4525968629945589576499200a^6c^{14} \\
& +98586879513704830730240a^7c^{14} - 140923670423698145280a^8c^{14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -10276096468465090560a^9c^{14} - 40775461337825280a^{10}c^{14} + 151781193154560a^{11}c^{14} \\
& + 929704181760a^{12}c^{14} + 635043840a^{13}c^{14} + 130641390087773689447511406673920c^{15} \\
& - 15192133549785764162811839119360ac^{15} + 261560743473250104994384838656a^2c^{15} \\
& + 15343221711297564589154107392a^3c^{15} - 232470357878890699710005248a^4c^{15} \\
& - 7506289958709327007580160a^5c^{15} + 33259558455696120086528a^6c^{15} \\
& + 1515985558489303351296a^7c^{15} + 4251195305678340096a^8c^{15} - 74845614157332480a^9c^{15} \\
& - 414599547715584a^{10}c^{15} + 10668736512a^{11}c^{15} + 1778122752a^{12}c^{15} \\
& + 4336312335599497792858148044800c^{16} - 402141452290627761286133317632ac^{16} \\
& + 3207130080325756767986253824a^2c^{16} + 364800265213433689742508032a^3c^{16} \\
& - 2006638770362251153244160a^4c^{16} - 131396241006692827004928a^5c^{16} \\
& - 179407754263455793152a^6c^{16} + 15386979690689789952a^7c^{16} + 80711121015275520a^8c^{16} \\
& - 265615976693760a^9c^{16} - 1951045189632a^{10}c^{16} - 1333592064a^{11}c^{16} \\
& + 121659073997686962499973283840c^{17} - 8823881009324084193893810176ac^{17} \\
& + 1301466755257956911022080a^2c^{17} + 6659689450897346097315840a^3c^{17} \\
& + 6579466103696940072960a^4c^{17} - 1637520544983052713984a^5c^{17} \\
& - 8090946429801725952a^6c^{17} + 96859018580459520a^7c^{17} + 670678615326720a^8c^{17} \\
& - 17258250240a^9c^{17} - 3451650048a^{10}c^{17} + 2874353873330651339969003520c^{18} \\
& - 159073689633643520719847424ac^{18} - 1021489772229901334609920a^2c^{18} \\
& + 92925400795406857666560a^3c^{18} + 516696194466166865920a^4c^{18} \\
& - 14138170007488823296a^5c^{18} - 103604398016430080a^6c^{18} + 305543897415680a^7c^{18} \\
& + 2803506872320a^8c^{18} + 1917583360a^9c^{18} + 56849001614653539200532480c^{19} \\
& - 2325059740350123259985920ac^{19} - 27632354991831263477760a^2c^{19} \\
& + 970381213262613053440a^3c^{19} + 8619226588404776960a^4c^{19} - 78166917990318080a^5c^{19} \\
& - 721668973527040a^6c^{19} + 18570280960a^7c^{19} + 4642570240a^8c^{19} \\
& + 933034415636416875724800c^{20} - 27017015283590765740032ac^{20} \\
& - 443307042360266850304a^2c^{20} + 7263786745898991616a^3c^{20} + 83064838878658560a^4c^{20} \\
& - 221920428556288a^5c^{20} - 2713118048256a^6c^{20} - 1857028096a^7c^{20} \\
& + 12550820438506293166080c^{21} - 242230221954063794176ac^{21} - 4895505123997908992a^2c^{21} \\
& + 35733443979509760a^3c^{21} + 494860847022080a^4c^{21} - 12733906944a^5c^{21} - 4244635648a^6c^{21} \\
& + 135958348863205539840c^{22} - 1596202130262196224ac^{22} - 37768382119936000a^2c^{22} \\
& + 92226285731840a^3c^{22} + 1690136739840a^4c^{22} + 1157627904a^5c^{22} \\
& + 1156283078604226560c^{23} - 7061944611635200ac^{23} - 195598011596800a^2c^{23}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +5033164800a^3c^{23} + 2516582400a^4c^{23} + 7430491393228800c^{24} - 16707590553600ac^{24} \\
& -611948953600a^2c^{24} - 419430400a^3c^{24} + 33903800745984c^{25} - 872415232ac^{25} \\
& -872415232a^2c^{25} + 97844723712c^{26} + 67108864ac^{26} + 134217728c^{27} \} \quad (8)
\end{aligned}$$

Derivation of main formula:

Putting $b = -a - 54$, $z = \frac{1}{2}$ in given result (2), we get

$$\begin{aligned}
& (2a + 54) {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, & -a - 54 \\ c & \end{matrix} ; \frac{1}{2} \right] \\
& = a {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a + 1, & -a - 54 \\ c & \end{matrix} ; \frac{1}{2} \right] + (a + 54) {}_2F_1 \left[\begin{matrix} a, & -a - 53 \\ c & \end{matrix} ; \frac{1}{2} \right]
\end{aligned}$$

Now using same parallel method which involved in Ref[7], we can establish the main formula.

REFERENCES RÉFÉRENCES REFERENCIAS

1. Abramowitz, Milton, A and Stegun, Irene ; Handbook of Mathematical Functions with Formulas , Graphs , and Mathematical Tables. National Bureau of Standards, 1970.
2. Andrews, L.C.(1992) ; *Special Function of mathematics for Engineers,second Edition*, McGraw-Hill Co Inc., New York.
3. Arora, Asish, Singh, Rahul , Salahuddin. ; Development of a family of summation formulae of half argument using Gauss and Bailey theorems *Journal of Rajasthan Academy of Physical Sciences.*, 7(2008), 335-342.
4. Bells, Richard, Wong, Roderick ; *Special Functions , A Graduate Text*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 2010.
5. Prudnikov, A. P., Brychkov, Yu. A. and Marichev, O.I.; *Integrals and Series Vol. 3: More Special Functions*. Nauka, Moscow, 1986. Translated from the Russian by G.G. Gould, Gordon and Breach Science Publishers, New York, Philadelphia, London, Paris, Montreux, Tokyo, Melbourne, 1990.
6. Rainville, E. D.; The contiguous function relations for ${}_pF_q$ with applications to Bateman's $J_n^{u,v}$ and Rice's $H_n(\zeta, p, \nu)$, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 51(1945), 714-723.
7. Salahuddin, Chaudhary, M.P ; A New Summation Formula Allied With Hypergeometric Function, *Global Journal of Science Frontier Research*, 11(2010),21- 37.