



GLOBAL JOURNAL OF SCIENCE FRONTIER RESEARCH: F
MATHEMATICS AND DECISION SCIENCES
Volume 23 Issue 4 Version 1.0 Year 2023
Type: Double Blind Peer Reviewed International Research Journal
Publisher: Global Journals
Online ISSN: 2249-4626 & Print ISSN: 0975-5896

Combing" The Hair of a Hairy Ball?. Geometry with the Hairy Ball Theorem: A Practical Proposal for Bringing the Sphere into the Mathematics Classroom

By Patricia Val Fernández & Colexio M. Peleteiro

Abstract- This research article addresses the application of the Hairy Ball Theorem in the teaching of geometry, proposing a practical activity to bring the concept of the sphere closer to the students. The Hairy Ball Theorem states that it is always possible to comb the hair of a hairy ball without leaving any unruly strands. This interesting topological property has implications in geometry and can be used as a teaching resource to promote understanding of the characteristics and properties of the sphere.

The main focus of this article is to present a practical approach that allows students to explore and experiment with the sphere.

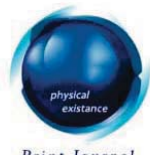
Keywords: *mathematics, high school, adolescents, innovation, mathematics, mathematics, education.*

GJSFR-F Classification: LCC: QA613.73



Strictly as per the compliance and regulations of:





Combing" The Hair of a Hairy Ball? Geometry with the Hairy Ball Theorem: A Practical Proposal for Bringing the Sphere into the Mathematics Classroom

ø "Peinar" El Pelo De Una Bola Peluda?

Geometría Con El Teorema De La Bola Peluda: Propuesta Práctica Para
Acercar La Esfera En Las Clases De Matemáticas.

Patricia Val Fernández ^α & Colexio M. Peleteiro ^σ

Resumen- El presente artículo de investigación aborda la aplicación del Teorema de la Bola Peluda en la enseñanza de la geometría, proponiendo una actividad práctica para acercar el concepto de esfera a los estudiantes. El Teorema de la Bola Peluda establece que siempre es posible peinar el pelo de una bola peluda sin dejar ningún mechón alborotado. Esta interesante propiedad topológica tiene implicaciones en la geometría y puede ser utilizada como un recurso didáctico para promover la comprensión de las características y propiedades de la esfera.

El enfoque principal de este artículo es presentar una propuesta práctica que permita a los estudiantes explorar y experimentar con la esfera.

Además de fomentar la manipulación y la experimentación práctica, esta actividad busca desarrollar habilidades de razonamiento espacial, visualización y comprensión de conceptos geométricos. Los estudiantes pueden observar cómo las propiedades de la esfera, como la simetría y la curvatura constante, influyen en la forma en que se puede peinar el pelo de la bola peluda.

Se espera que esta propuesta práctica pueda ayudar a los educadores a acercar la geometría de la esfera de una manera más tangible y atractiva para los estudiantes. Además, esta actividad puede fomentar el interés y la participación activa de los estudiantes en las clases de matemáticas.

Palabras clave: matemáticas, secundaria, adolescentes, innovación, matemáticas, educación.

Abstract- This research article addresses the application of the Hairy Ball Theorem in the teaching of geometry, proposing a practical activity to bring the concept of the sphere closer to the students. The Hairy Ball Theorem states that it is always possible to comb the hair of a hairy ball without leaving any unruly strands. This interesting topological property has implications in geometry and can be used as a teaching resource to promote understanding of the characteristics and properties of the sphere.

The main focus of this article is to present a practical approach that allows students to explore and experiment with the sphere.

In addition to encouraging hands-on manipulation and experimentation, this activity seeks to develop spatial reasoning skills, visualization, and understanding of geometric concepts. Students can observe how properties of the sphere, such as symmetry and constant curvature, influence the way the hair on the furry ball can be combed.

Author: e-mail: patryval5@hotmail.com

It is hoped that this hands-on approach can help educators approach the geometry of the sphere in a more tangible and engaging way for students. In addition, this activity can encourage students' interest and active participation in mathematics classes.

Keywords: mathematics, high school, adolescents, innovation, mathematics, mathematics, education.

I. INTRODUCCIÓN

El "Teorema de la bola peluda" es una frase coloquial que se refiere a un teorema matemático más formalmente conocido como el "Teorema de la bola peluda de Brouwer". Fue propuesto por el matemático holandés Luitzen Brouwer en 1912 (Mantilla Prada, 2020).

Se le llama así porque el teorema establece que, si una esfera está cubierta completamente por pelos, no es posible peinar los pelos de manera que todos queden acostados en la misma dirección. Es decir, siempre habrá algún punto en la superficie de la esfera donde el pelo sobresale en una dirección distinta a la de sus vecinos.

La analogía con una bola peluda se debe a que se imagina una bola como una esfera cubierta por pelo, y se intenta peinar todo el pelo de manera uniforme, lo cual es imposible según el teorema. Por lo tanto, la imagen de una bola peluda se utiliza como una forma de ilustrar la idea del teorema de manera gráfica y memorable (Mantilla Prada, 2020).

Este teorema establece que, en cualquier punto de una esfera, existe al menos un punto de la esfera que permanece fijo después de una rotación completa de 360 grados alrededor de ese punto. En otras palabras, no es posible peinar una bola peluda sin dejar un punto sin peinar. Tiene aplicaciones en muchas áreas de la matemática y la física, incluyendo la topología, la geometría y la teoría de juegos. También se ha utilizado en la construcción de algoritmos para resolver problemas en ciencias de la computación y en la mecánica cuántica (DiAmOnD, 2009).

Aunque su nombre puede parecer un tanto humorístico, el Teorema de la bola peluda es un resultado importante en matemáticas que ha sido objeto de estudio durante más de un siglo y que continúa siendo objeto de investigación (Luisyep, 2019) y aplicación en la actualidad.

La introducción del teorema de la bola peluda en las clases de geometría en secundaria puede ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades de pensamiento crítico, resolución de problemas y razonamiento matemático avanzado, lo que puede ser útil en su futuro académico y profesional. Además, la enseñanza de este, puede hacerse a través de ejemplos visuales, como la ilustración de una bola de billar que muestra cómo siempre hay dos puntos en la bola que se encuentran en los polos opuestos. También se pueden utilizar ejemplos de la vida real, como la explicación de cómo los sistemas GPS utilizan el teorema de la bola peluda para determinar la ubicación exacta de un objeto en la superficie terrestre.

La introducción del Teorema de la Bola Peluda en las clases de geometría en secundaria puede tener varios beneficios, entre ellos (fusioneducativa, s.f.):

1. Fomenta la curiosidad y el interés por las matemáticas: Al presentar un teorema con un nombre llamativo y una idea sorprendente, los estudiantes pueden sentirse más atraídos y motivados para aprender más sobre la geometría y sus aplicaciones.

2. Desarrolla habilidades de razonamiento y resolución de problemas: El Teorema de la Bola Peluda es un teorema complejo que requiere de una comprensión profunda de la geometría y el cálculo para entenderlo y demostrarlo. Al trabajar en problemas relacionados con este teorema, los estudiantes pueden desarrollar habilidades importantes de razonamiento y resolución de problemas.
3. Introduce a los estudiantes a la geometría diferencial: El Teorema de la Bola Peluda es un resultado importante en la geometría diferencial, una rama de las matemáticas que estudia las propiedades geométricas de las superficies y los espacios curvos. La introducción de este teorema en las clases de geometría en secundaria puede despertar el interés de los estudiantes por la geometría diferencial y prepararlos para estudios más avanzados en esta área (Mantilla Prada, 2020).
4. Conecta las matemáticas con la física: El Teorema de la Bola Peluda tiene importantes aplicaciones en la física, especialmente en la teoría de campos vectoriales. La introducción de este teorema en las clases de geometría en secundaria puede ayudar a los estudiantes a comprender mejor las conexiones entre las matemáticas y la física y cómo se aplican en el mundo real.

II. MÉTODO

Presentar el Teorema de la Bola Peluda de una manera atractiva y relacionándolo con la vida cotidiana puede hacer que los estudiantes se interesen más en las matemáticas y comprendan la importancia de los conceptos que están aprendiendo. lo más importante es presentar el teorema de una manera clara y accesible, y fomentar la curiosidad y el entusiasmo por la geometría en tus estudiantes.

¿Cómo podemos presentar este teorema de una manera atractiva y relacionada con la vida cotidiana?

Imagínate que eres un escalador de montañas y te encuentras en la cima de una montaña esférica, como si fuera una pelota gigante. Si quisieras caminar por la superficie de la montaña en línea recta, en algún momento tendrías que caminar cuesta abajo para llegar a una zona plana, pero no podrías evitar resbalar y rodar. Sin embargo, según el teorema de la Bola Peluda, siempre habrá un punto en la superficie de la montaña donde podrás caminar horizontalmente sin resbalar, porque la tangente a la superficie será paralela al plano ecuatorial.

Este teorema también es relevante en la navegación. Imagina que estás navegando en un barco a través del océano, y tu barco se encuentra en una posición en la que su altura desde la superficie del océano es igual en todas las direcciones. Según el teorema de la Bola Peluda, siempre habrá un punto en la superficie del océano donde tu barco estará en una posición horizontal, porque la tangente a la superficie del océano será paralela al plano ecuatorial.

Una forma interesante de visualizar el teorema es a través de la analogía de una bola de pelo, en la que se imagina que la superficie de la bola es peluda, con cada pelo apuntando en una dirección diferente. Al tocar la bola con la mano, siempre encontrarás un punto en el que los pelos estén paralelos a tu mano, lo que te permite acariciar la bola sin que los pelos se muevan en otra dirección.

Otra forma podría ser hacer una analogía con un balón de fútbol. Si tomamos un balón de fútbol y lo inflamos, podemos ver que hay ciertas áreas en la superficie que están más tensas que otras, lo que hace que la pelota tenga una forma curvada. Sin embargo, incluso en el balón de fútbol más perfecto, siempre habrá un punto donde la superficie no está curvada. Este punto es importante, ya que nos muestra que incluso en objetos cotidianos, hay ciertas áreas que no están curvadas y que tienen un impacto en la forma en que interactúan con otros objetos.

También le podemos pedir que imaginen que tienes una bola peluda en tus manos. Si intentas peinar toda la bola de forma suave y uniforme, es probable que encuentres un punto en el que algunos de los pelos se levanten en direcciones opuestas. En otras palabras, habrá un punto en el que no podrás peinar la bola sin encontrar algún tipo de "nudo" en el pelo.

Este mismo principio se aplica en la geometría. Si tienes una superficie esférica, siempre habrá al menos un punto en el que la curvatura es máxima. Y si tratas de "peinar" esa superficie, como si estuvieras tratando de colocar una manta sobre una pelota, siempre habrá un punto en el que no podrás hacerlo sin que se produzca algún tipo de deformación.

Este teorema es un ejemplo interesante de un resultado geométrico que se puede enseñar en una clase de secundaria (fusioneducativa, s.f.). Aquí hay algunas ideas para introducir el teorema en tus clases:

1. Contextualiza el teorema: Comienza por explicar a tus estudiantes lo que es una esfera y cuáles son sus propiedades. Luego, presenta el teorema como un resultado sorprendente que se aplica a todas las esferas.
2. Usa visualizaciones: Las visualizaciones son una herramienta poderosa para enseñar geometría. Puedes usar una presentación de diapositivas, un video o un applet interactivo para mostrar a tus estudiantes cómo funciona el teorema. Por ejemplo, puedes mostrar cómo los vectores normales en la superficie de una esfera se mueven de manera continua y cómo se intersectan en al menos un punto.
3. Resuelve ejemplos: Presenta algunos ejemplos de aplicación del teorema en situaciones cotidianas, como la geometría de los planetas, los satélites y otros objetos esféricos. De esta forma, los estudiantes pueden ver la importancia del teorema y cómo se puede aplicar en el mundo real.
4. Fomenta el pensamiento crítico: Anima a tus estudiantes a pensar en cómo podrían demostrar el teorema por sí mismos. Pídeles que trabajen en grupos y presenten sus ideas a la clase. Esto les ayudará a desarrollar habilidades de pensamiento crítico y les enseñará a trabajar en equipo.
5. Relaciónalo con otros temas: Finalmente, asegúrate de conectar el teorema con otros temas de geometría que se estén estudiando en la clase. Por ejemplo, puedes relacionarlo con el teorema de Pitágoras o el teorema de la altura, y mostrar cómo todos estos conceptos están relacionados entre sí. Esto ayudará a tus estudiantes a ver la geometría como una disciplina coherente y significativa.
6. Presenta el teorema de forma visual: muestra a los estudiantes una bola peluda y haz que piensen en la posibilidad de que el pelo no apunte en todas las direcciones.

- Luego, demuestra mediante una simulación gráfica que siempre hay al menos un punto donde el pelo apunta en todas las direcciones.
7. Utiliza ejemplos concretos: muestra a los estudiantes cómo se puede aplicar el teorema en la vida real, como en la física y la ingeniería. Por ejemplo, cómo los ingenieros diseñan los airbags para que siempre se inflen de manera uniforme en caso de accidente.
 8. Relaciona el teorema con otros conceptos matemáticos: haz que los estudiantes piensen en la relación entre el teorema y otros conceptos matemáticos que ya hayan aprendido, como la geometría o el cálculo.
 9. Haz que los estudiantes apliquen el teorema: proporciona problemas prácticos para que los estudiantes apliquen el teorema en situaciones de la vida real y piensen en cómo se podría utilizar en diferentes situaciones.
 10. Usa recursos interactivos: utiliza herramientas digitales o juegos interactivos para que los estudiantes exploren el teorema por sí mismos y puedan ver cómo se aplica en diferentes situaciones.

Pero ¿cómo podemos aplicar esto a nuestra vida cotidiana? La respuesta es simple: todo lo que nos rodea tiene forma y curvatura. Desde los objetos más simples hasta los más complejos, todo puede ser analizado y comprendido a través de la geometría.

Por ejemplo, si tienes una pelota de fútbol, la curvatura de la superficie afectará la forma en que la pelota rebota y se mueve por el aire. Si tienes una silla ergonómica, la curvatura de su superficie afectará la comodidad y la postura que adoptes al sentarte.

En conclusión, el Teorema de la Bola Peluda es una herramienta esencial para entender y analizar la geometría en nuestra vida cotidiana, desde la escalada en montaña hasta la navegación en alta mar. Presentar este teorema de una manera clara y accesible puede ayudar a los estudiantes a comprender la importancia de los conceptos matemáticos y fomentar su curiosidad y entusiasmo por la geometría. Así que no subestimes su importancia y sigue explorando el mundo de las matemáticas con entusiasmo y curiosidad!

III. RESULTADOS

Presentar el Teorema de la Bola Peluda de una manera atractiva y relacionándolo con la vida cotidiana puede tener varios resultados positivos entre los escolares de secundaria. A continuación, se describen algunos posibles efectos:

1. Aumento del interés por las matemáticas: Al presentar el teorema de una manera atractiva, utilizando ejemplos de la vida cotidiana, se puede despertar el interés de los estudiantes por las matemáticas. Al comprender cómo las matemáticas se aplican en situaciones reales, los estudiantes pueden darse cuenta de la relevancia de esta materia en su vida cotidiana.
2. Mayor comprensión del teorema: Al relacionar el teorema con ejemplos concretos, los estudiantes pueden comprender mejor la idea detrás del teorema y su importancia en el mundo real. También pueden visualizar mejor cómo funciona el teorema y cómo se aplica a diferentes situaciones.

3. Desarrollo de habilidades de resolución de problemas: Al trabajar con ejemplos de la vida real, los estudiantes pueden desarrollar habilidades para resolver problemas y aplicar conceptos matemáticos en situaciones cotidianas. Esto puede ser útil para su futura vida laboral y personal.
4. Aumento de la confianza en sí mismos: Al entender mejor los conceptos matemáticos y su relevancia en la vida cotidiana, los estudiantes pueden sentirse más seguros y competentes en esta materia. Esto puede aumentar su confianza en sí mismos y su capacidad para aprender y aplicar nuevos conceptos matemáticos.
5. Aumento del interés en las matemáticas: Los estudiantes pueden sentir que las matemáticas son aburridas o difíciles, pero al presentarles el teorema de la Bola Peluda de una manera atractiva y relacionándolo con la vida cotidiana, pueden despertar su curiosidad y motivación para explorar más esta área.
6. Comprender la importancia de la visualización: El Teorema de la Bola Peluda puede ser difícil de visualizar, pero al presentarlo de manera gráfica, es posible que los estudiantes comprendan mejor su significado y cómo se aplica en la vida real.
7. Desarrollo de habilidades de resolución de problemas: Al trabajar con el Teorema de la Bola Peluda, los estudiantes pueden desarrollar habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico que pueden aplicar en otras áreas de su vida.
8. Integración de las matemáticas con otras disciplinas: El Teorema de la Bola Peluda se aplica en varios campos, como la física y la informática. Al presentarlo de manera atractiva y relacionándolo con la vida cotidiana, los estudiantes pueden comprender cómo las matemáticas se relacionan con otras disciplinas y cómo pueden ser útiles en la vida real.

IV. DISCUSIÓN

El Teorema de la Bola Peluda, es un concepto matemático avanzado que puede ser difícil de comprender para los estudiantes de secundaria. Sin embargo, hay maneras de presentar y trabajar este teorema de una manera atractiva y relacionarlo con la vida cotidiana para hacerlo más accesible y fácil de entender.

Trabajar este teorema en las clases de matemáticas en secundaria puede ser una buena manera de introducir a los estudiantes en el cálculo diferencial y mostrarles la importancia de la continuidad de las funciones.

Una posible forma de enseñar este teorema es a través de ejemplos prácticos que muestren su aplicación. Por ejemplo, se puede plantear un problema de optimización donde se busque el valor máximo o mínimo de una función en un intervalo cerrado. Luego, se puede explicar cómo el Teorema de la Bola Peluda puede ayudar a encontrar el punto donde se alcanza ese valor.

También es importante que los estudiantes entiendan la demostración del teorema y cómo se llega a su conclusión. Una forma de hacerlo es a través de demostraciones visuales, como gráficos o diagramas, que les permitan entender cómo funciona el teorema en la práctica.

Además, se puede plantear a los estudiantes problemas para que ellos mismos apliquen el teorema y resuelvan situaciones prácticas. Esto les permitirá desarrollar su capacidad de análisis y razonamiento, y aplicar los conceptos que han aprendido.

Una forma de presentarlo es a través de imágenes y gráficos. Se puede utilizar una imagen de una bola peluda o una pelota de tenis con un patrón de puntos para ilustrar cómo el teorema describe la cantidad de puntos críticos en la superficie de una esfera. Además, se pueden utilizar gráficos tridimensionales para mostrar cómo los puntos críticos en la superficie de una esfera se relacionan con los campos vectoriales y las líneas de flujo.

Otra forma de relacionar el teorema con la vida cotidiana es a través de ejemplos concretos. Por ejemplo, se puede explicar cómo el teorema se aplica a la circulación del aire en la atmósfera o al flujo de la sangre en el cuerpo humano. Los estudiantes también pueden explorar cómo el teorema se relaciona con patrones en la naturaleza, como la distribución de hojas en una planta o la ubicación de las células en un tejido.

Además, se puede hacer uso de actividades prácticas para ayudar a los estudiantes a comprender el teorema. Por ejemplo, se puede pedir a los estudiantes que dibujen una pelota de tenis con puntos para representar los puntos críticos en la superficie. También se puede pedir a los estudiantes que construyan modelos de campos vectoriales y líneas de flujo para visualizar cómo se relacionan con los puntos críticos en la superficie de una esfera.

En resumen, para presentar y trabajar el Teorema de la Bola Peluda de una manera atractiva y relacionándolo con la vida cotidiana entre los escolares de secundaria, es recomendable utilizar imágenes y gráficos, ejemplos concretos y actividades prácticas que permitan a los estudiantes visualizar y experimentar con el teorema.

V. CONCLUSIONES

Incluir este teorema en las clases de matemáticas en secundaria puede tener varios beneficios. En primer lugar, puede ayudar a los estudiantes a comprender la importancia de las demostraciones matemáticas y cómo se aplican en la resolución de problemas. También puede introducir a los estudiantes en conceptos avanzados de geometría y cálculo vectorial, lo que puede ser de gran ayuda para aquellos que deseen estudiar carreras relacionadas con la ciencia, la ingeniería o las matemáticas.

Además, trabajar con el Teorema de la Bola Peluda puede fomentar el pensamiento crítico y la creatividad en los estudiantes, ya que es un problema que no se resuelve fácilmente y requiere de un enfoque innovador para encontrar soluciones.

En resumen, trabajar el Teorema de la Bola Peluda en las clases de matemáticas en secundaria puede ser beneficioso para los estudiantes en términos de su comprensión de la importancia de las demostraciones matemáticas, así como para su introducción a conceptos avanzados de geometría y cálculo vectorial. Además, puede fomentar el pensamiento crítico y la creatividad en los estudiantes, lo que puede ser de gran ayuda en su futuro académico y profesional.

REFERENCES RÉFÉRENCES REFERENCIAS

1. ^DiAmOnD^. (2009). *El teorema de la bola peluda - Gaussianos*. Gaussianos. <https://www.gaussianos.com/el-teorema-de-la-bola-peluda/>
2. fusioneducativa. (s.f.). *El teorema de la bola peluda*. Fusión Educativa. <https://www.fusioneducativa.com/El-teorema-de-la-bola-peluda.html>
3. Luisyp. (2019). *El Teorema de la bola peluda*. Ingeniería Básica. <https://ingenieriabasica.es/teorema-de-la-bola-peluda/>
4. Mantilla Prada, I. (2020). *El Teorema de la Bola Peluda — Blogs El Espectador*. Blogs El Espectador. <https://blogs.elespectador.com/actualidad/ecuaciones-de-opinion/teorema-la-bola-peluda>

Notes