Global Journal of Science Frontier Research: F
Mathematics and Decision Sciences
Volume 23 Issue 7 Version 1.0 Year 2023
Type: Double Blind Peer Reviewed International Research Journal
Publisher: Global Journals
Online ISSN: 2249-4626 & Print ISSN: 0975-5896

Exploration of Essential Knowledge in Chinese Senior Middle School Mathematics

By Wang Mingshan, Chen Guanjun, Li Xiuping & Yan Erru

Abstract- Essential knowledge refers to the basic and universal knowledge that students have accumulated in their long-term learning; The principle of exploration is to rely on the curriculum standards for breadth and the textbooks for depth. In China, the vast majority of essential mathematical knowledge is presented in the form of knowledge points in the curriculum standards. The necessary knowledge of marginality, in terms of breadth, should be intersection for the connection between junior middle school and senior middle school. The marked content should be based on the needs of the university and the wide use of high school, and infiltration knowledge should be defined as "entering the dictionary"; In terms of depth, what is clearly provided in the textbook is essential knowledge. For those who appear in other forms of the same textbook, the "Triple degree " are used to define essential knowledge. For those who penetrate the same textbook or have different textbook settings, they are defined in a unioned manner. Generalization and inclusion are the overall methods for determining essential knowledge.

Keywords: essential knowledge, triple degree, entering the dictionary, intersection, unionedmanner.

GJSFR-F Classification: LCC: QA11.2

Strictly as per the compliance and regulations of:

Exploration of Essential Knowledge in Chinese Senior Middle School Mathematics

中国高中数学必备知识探究[1]

Wang Mingshan α, Chen Guanjun σ, Li Xiuping ρ & Yan Erru ω

Abstract- Essential knowledge refers to the basic and universal knowledge that students have accumulated in their long-term learning; The principle of exploration is to rely on the curriculum standards for breadth and the textbooks for depth. In China, the vast majority of essential mathematical knowledge is presented in the form of knowledge points in the curriculum standards. The necessary knowledge of marginality, in terms of breadth, should be intersection for the connection between junior middle school and senior middle school. The marked content should be based on the needs of the university and the wide use of high school, and infiltration knowledge should be defined as "entering the dictionary"; In terms of depth, what is clearly provided in the textbook is essential knowledge. For those who appear in other forms of the same textbook, the "Triple degree " are used to define essential knowledge. For those who penetrate the same textbook or have different textbook settings, they are defined in a unioned manner. Generalization and inclusion are the overall methods for determining essential knowledge.

Keywords: essential knowledge, triple degree, entering the dictionary, intersection, unionedmanner.

摘要: **必备知识是指学生长期学习的知识储备中的基础性、通用性知识；探究原则是广度依课标，深度靠教材。在中国，绝大多数数学必备知识，在课标中以知识点形式呈现。边缘性的必备知识，广度上，初高中衔接内容取交，打*号内容以大学之需和高中用广推定，渗透类知识以“入典”来界定；深度上，教材中明确给出的，属于必备知识，同一教材其他形式出现者，以“三定度”来界定必备知识，同一教材渗透者或不同教材设置者，以并的方式界定。通用、入典是判断必备知识的总方法。**

关键词: 必备知识,三定度,入典,交,并

Author α: *Xinghua Middle School, Jiangsu Province, senior teacher. e-mail: mshwwq@163.com*
Author σ: *Luming Junior middle school, Yancheng City, Jiangsu Province, China, Grade One Teacher.*
Author ρ: *Associate Professor, Xingtai College, Hebei.*
Author ω: *Shang zhuang Central School, Luquan, Shijiazhuang, Hebei.*

[1]本文是江苏省基础教育前瞻性教学改革试验项目“基于发展数学核心素养的高中数学写作实践研究”（项目编号：2020JSQZ0147）阶段成果延伸课题之一.

如今的高考数学命题,已推进到“素养立意”，而且从顶层设计上，概括为“核心价值、学科素养、关键能力、必备知识”[1]；这当中的前三者，已经具体到学科层面给出了架构[2]，唯有必备知识，除了理论上给出了一个总的定义之外，还没有在学科层面给出一个具体清晰的界定。操作层面，诸多口号和理念，最初起点和最终落点不外乎是必备知识和学科思维；具体到数学上，作为表达的数学写作离不开规范，规范说到底也是必备知识的识别问题；同时作为高中最为关注的高考，在试题命制加入排查二级结论环节和试题分析报告的宗旨变为“教学引领”的大背景下，哪些二级结论可以计入必备知识必将备受关注。因此，很有必要对必备知识进行一些必要的探究。

I. 必备知识的内含

a) *必备知识的含义*

必备知识的含义，在我国可追溯到“可以满足一般从事专业技术人员要求的知识”[3]，在此意义下，陆续出现了各行业的必备知识含义；高中教育方面的必备知识是指“即将进入高等学校的学习者在面对与学科相关的生活实践或学习探索问题情境时，高质量地认识问题、分析问题、解决问题所必须具备的知识。是由人文社会科学和自然科学各学科的基本事实、基本概念、基本技术与基本原理组成的基本知识体系”[4]，通俗地说，指的是：学生长期学习的知识储备中的基础性、通用性知识[5]。

再具体到数学上，必备知识由概念、公式、命题、表示四大系统组成。概念由核心概念及一层层导出概念构成[6]，公式由原始公式与法则及导出公式构成，命题由基本事实(公理及原理)、定理、推论组成，表示则是在口语表达的基础上，由文字语言、图形语言和符号语言所组成。

b) *必备知识的探究原则*

高中数学必备知识，主要根据《普通高中数学课程标准》(以下简称课标)和普通高中数学教材来界定。具体的，一般从广度与深度两个方向展开：所谓知识的广度，是指与该知识并列的所有知识的数量；深度是指该知识的种类关系或范畴层次；广度对课标的依赖程度较大，而深度又总是以教材为基础。正因如此，数学必备知识的探究，广度依课标，深度靠教材，作为探究的原则。

这里，我们也仅就课标中所列的必修和选择性必修内容进行必要的探究。

II. 高中数学必备知识的广度探究

如前所述，课标中已经给出了绝大多数数学必备知识，而且以各知识点的形式来呈现；但这里存在的主要问题是，一些边缘性知识，究竟算不算必备知识？具体表现在：一是初、高中衔接内容的知识，二是课标中给出的打*号的知识。

Notes

a) 初、高中衔接的知识

初、高中衔接的知识，是否属于必备知识，主要根据通用性原则来判断。这里的通用性，指的是高中必备，初中涉猎，具体可根据诸多观点中取公共者，亦即取交，来作为必备知识。

由于课标分别在2020年有所修订或调整，所以通过对2020年6月之后，通过对衔接教材知识点统计[7]、具体实施的师生反馈建议[8]，总结得出，当下初、高中数学衔接的必备知识有：

i. *代数部分：*立方和公式和立方差公式，分解因式；多项式的除法(建议用竖式计算、等式表达)。

ii. *几何部分：*轨迹含义(建议重点放在由静到动的思维感知上)。

*b) 课标中打*号的内容*

课标中打*号的内容，界定为选学内容，不作为高考要求，但不能因为高考不考便一定不教、不学，[1]中还特别将这种“考什么、教什么、学什么”强调为弊端；李尚志先生对此通俗地说：“中学教材，凡是打星号的，都比不打星号的更重要，更有用”“星号就是用来分流的”那么这些内容究竟算不算必备知识？这一直是高中争论颇丰的问题。

既然高中是为大学培养新生服务的，所以要本着大学之需的原则展开。具体仍然是对大学普遍认为需补[9]和高中打*号但用途较广[10]的这些内容取交来展开。

这些内容有：反函数、复数的三角形式、数学归纳法、圆与椭圆的参数方程，它们可以计入必备知识。

III. 高中数学必备知识的深度探究

知识深度，问题的核心是“哪些结论可以直接应用”？外显是用这些结论解决问题的型式与步骤长短，其中与必备知识直接联系的是可直接应用的结论。
教材中明确给出的概念、基本事实、定理、公式，可以直接应用，当然作为必备知识。

这里还有两个突出问题：一是同一教材，没有以必备知识的形式出现，诸如在例题、练习题或习题中出现，怎么办？二是在“一纲多本”的政策之下，总有一些结论，可能在这个教材中以必备知识的形式出现，在另外教材中，则不以必备知识的形式出现，教材设置有些许差异，这些究竟是否计入必备知识？

a) 同一教材的必备知识界定

i. 一般性界定

对于同一教材知识出现的形式问题，一个可行处理原则是：将所有的数学结论公理层化，梳理成原理层(不加证明就承认正确并应用的结论)→定理层→一级推论层→二级推论层→三级推论层→……，如表1：

Notes

Global Journal of Science Frontier Research (F) Volume XXIII Issue VII Version I 15 Year 2023

表1: 必备知识公理化梳理一览表

类别	原理层→定理层→一级推论层→二级推论层→……
概念	核心概念→导出概念→次导出概念→再次导出概念→…
公式	原式公式→导出公式→次导出公式→再次导出公式→…
公理体系	基本事实(公理和原理)→定理→一级推论→二级推论→三级推论→…
表达	口语→文字语言→符号语言或图形语言

如: 针对高考，命题以原理层为起点，可直接应用的结论到一级推论；针对希望杯数学竞赛一试，命题以定理层为起点，二级推论层之前的结论都可直接应用；同理，针对省级“奥赛”，命题以一级推论层为起点，可以直接应用的结论到三级推论层；……以此类推，可以看出，各种从命题到可直接应用的结论，都是经过了三层，故称“三定度”[12]。

这一方法，可以界定同一教材中绝大多数的必备知识。

ii. *个别渗透类的知识*

个别知识，在教材中没有明确给定，但渗透其中。渗透的方式，有的是前有示范后沿袭再用，有的是在旁以批注的方式呈现，还有的以阅读或思考的形式存在，其中写入普及型典籍(再版达十次之上的工具书)[13][14][15]中的，说明应用较为广泛，具体到高中数学解题中往往作为模型加以应用，可以当作必备知识加以处理。这些知识有：

1) 集合元素个数的容斥原理。
2) 否定一个命题，坚持“任意与存在”、“并且与或者”、“是与非”三点互换。
3) ⇔表达术语“充要条件”“当且仅当”“必要且只要”“等价”“等价于”。
4) 归纳、类比的含义。
5) 函数 $y=f(x)$ 是偶函数，则 $f(x)=f(-x)=f(|x|)$； $y=f(x)$ 是奇函数，且在原点有定义，则 $f(0)$ =0；若某一区间上的奇函数存在最大值和最小值，则最大值和最小值的和为零。
6) 方程的重根计一个零点。
7) 函数的初等变换结论，见图2

Notes

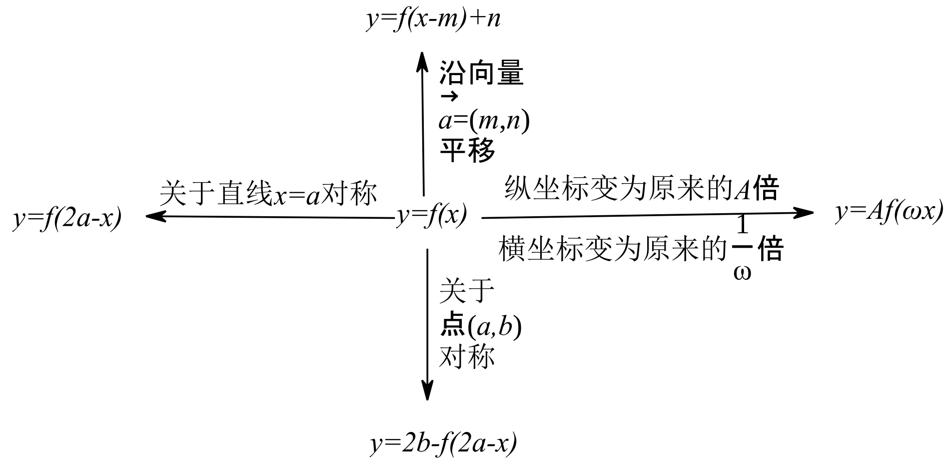

图2: 函数初等变换结论图

8) 对钩函数 $y=x+\dfrac{k^2}{x}$ 的图象。

9) 两个函数复合函数 “同增异减”单调性规律。

10) 可导函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的切线方程是: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

11) 数列$\{a_n\}$是等差数列， $m+n=s+t$， 则 $a_m+a_n=a_s+a_t$； 数列$\{b_n\}$是等比数列，

$$m+n=s+t，则 b_mb_n=b_sb_t。$$

12) 等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 与 n 的二次式关系：$-a_n$”是公差为 d

的等差数列，当且仅当 S_n 能写成 $\dfrac{d}{2}n^2+bn$ 形式。

13) $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\dfrac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$， $1^3+2^3+3^3+...+n^3=\left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2$

14) $\sum_{k=0}^{n}C_n^k=2^n$

15) 函数 $y=f(x)$ 是周期为T的函数， 则 $\dfrac{T}{|\omega|}$ 是函数 $y=f(\omega x+\phi)$ 的一个周期。

16) 已知$\triangle ABC$的三边分别为 a,b,c， 则其面积为 $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$， 其中 p

为半周长 $\dfrac{a+b+c}{2}$

17) 点 A,B,M 的坐标分别为 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_0,y_0)$，$O$为平面内任意一点， 则

$$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})\Leftrightarrow M \text{ 为 } AB \text{ 中点}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}\\ y_0=\dfrac{y_1+y_2}{2}\end{cases}$$

18) 圆锥曲线的统一定义(到定点距离与到定直线距离的比为常数的点的轨迹)。

19) 相关点法求轨迹方程：一般的，一个点随另一个点的变动而变动，这两个点互称对方的相关点。根据互为相关点间的坐标可以互相表示，用之来求曲线方程的方法，称相关点法，其要点是：求谁设谁表相关，代入化简一气连，注意条件勿增减。如：曲线 $f(x,y)=0$关于直线 $y=b$、 $y=x+b$、 $y=-x+b$ 对称的曲线方程分别为 $f(x,2b-y)=0$、 $f(y-b,x+b)=0$、 $f(b-y,b-x)=0$。

20) 平面直角坐标系内，方程 $f_1(x,y)+\lambda f_2(x,y)=0$对应的曲线过 $f_1(x,y)=0$ 和 $f_2(x,y)=0$对应曲线的交点；由此延伸出点差法或称差分法的运算技巧。

b) 教材设置差异问题

关于教材设置的些许差异，首先需要肯定的是，教材编写者，对课标是有一定深度研读的，而且也有相当的教学经验，在这种意义下，其中的些许差异是一种正常的现象；其次，对于其中的必备知识，本着“并”“包”的原则去认识和界定；再次，需要将这种原则明确、可操作化。

这里的“并”，指的是各大教材中，只要有一个以必备知识形式出现，就认定为必备知识,只有都不以必备知识形式出现，才不界定为必备知识；“包”指的是，各大教材中，都有设置，但设置不完全相同，需要将其进行必要地整合。

目前国内在用的高中数学教材，有人教A版、人教B版、沪教版、北师大版、苏教版、湘教版、鄂教版，七大教材。这样，这些设置差异的知识，主要体现为三类：需要增设的定义、公式、表示，此其一；需要增设的结论，内含需要整合的内容，此其二；蕴含的思想方法，此其三。

i. *集合、简易逻辑与不等式*

1) 集合的表示法有列举法、描述法、图示法和符号简记法。

2) 推不出 $\not\Rightarrow$

符号；逆命题、猜想、判定、性质、充分不必要条件、必要不充分条件、既不充分又不必要条件的含义；综合法、分析法、反证法。

3) 不等式性质的整合：

性质1： $a>b\Leftrightarrow b<a$

性质2： $a>b,b>c\Rightarrow a>c$， 可连记为 $a>b>c$

Global Journal of Science Frontier Research (F) Volume XXIII Issue VII Version I Year 2023

Notes

性质3：$a>b\Rightarrow a+c>b+c$

推论1：$a+b>c\Rightarrow a>c-b$

推论2：$\left.\begin{matrix}a>b\\c>d\end{matrix}\right\}\Rightarrow a+c>b+d$

Notes

性质4：$\left.\begin{matrix}a>b\\c>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow ac>bc$，$\left.\begin{matrix}a>b\\c<0\end{matrix}\right\}\Rightarrow ac<bc$

推论1：$\left.\begin{matrix}a>b\geq 0\\c>d\geq 0\end{matrix}\right\}\Rightarrow ac>bd$

推论2：$a>b\geq 0\Rightarrow a^n>b^n(n\in N,n\geq 2)$

推论3：$a>b\geq 0\Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}(n\in N,n\geq 2)$

推论4：$a>b\underset{b>0}{\Leftrightarrow}\frac{a}{b}>1$(作商比较得依据)

推论5：$\left.\begin{matrix}a>b\\ab>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow \frac{1}{a}<\frac{1}{b}$(倒数比较得依据)

性质5：$|a+b|\leq|a|+|b|$，等号成立当且仅当$ab\geq 0$

4) 基本不等式为：$a,b\in R$，$a^2+b^2\geq 2ab$，等号成立当且仅当$a=b$；a,b为非负实数，则$\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$，等号成立当且仅当$a=b$

ii. *函数和导数*

1) 含有绝对值的不等式的解法——零点分段法。
2) 建立函数模型的方法有分步法、图表法、归纳法、特值推广法(操作要诀是：分步图表归纳，特值推广简化；四步设列解答，范围注意不差)。
3) 反函数的概念、表达、求法以及与原函数图象的关系。
4) $\log_a 1=0$，$\log_a a=1$。
5) 导数运算法则的证明。
6) 可导函数$f(x)$，在区间I上，$f'(x)\geqslant(\leqslant)0$，等号成立当且仅当$x$取区间$I$上可列个值，则$f(x)$在区间$I$上单调递增(减)；反之也成立。

iii. *数列、三角*

1) 已知数列$\{a_n\}$前 n 项和为S_n，则 $a_n=\begin{cases}S_1, n=1\\ S_n, n\geq 2\end{cases}$

2) 对任意正整数n，$a_{n+1}>a_n$称数列$\{a_n\}$单调递增，$a_{n+1}<a_n$称数列$\{a_n\}$单调递减。

3) 等差数列定义式为$a_{n+1}-a_n=d$；等比数列定义式为$\frac{b_{n+1}}{b_n}=q$

4) 数列$\{a_n\}$等差，当且仅当a_n可写成$dn+b$形式；数列$\{b_n\}$等比，当且仅当b_n可写成

$bq^n\ (bq\neq 0)$形式。

5) 在弧度制下，扇形面积公式$S=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}\alpha r^2$。

6) $\frac{k}{2}\pi\pm\alpha\ (k\in \mathrm{Z})$三角诱导公式要诀为“奇变偶不变，符号看象限”。

7) $y=\sin x$、$y=\cos x$、$y=\tan x$的对称中心分别为$(k\pi,0)$、$(\frac{\pi}{2}+k\pi,0)$、$(\frac{k}{2}\pi$

$,0)$，其中$k\in Z$

，正弦、余弦的对称中心也是其相应的零点，正余弦函数在对称轴处函数值取最值。

8) 三角恒等变换中，$A\sin x+B\cos x$化为$\sqrt{A^2+B^2}\sin(x+\phi)$的辅助角方法。

9) 正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$(其中$R$为$\triangle ABC$外接圆半径)；若$\triangle ABC$的内角

A、B、C所对的边分别为a、b、c，则此三角形的面积S=$\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$

10) $y=A\sin(\omega x+\varphi)$中各参数的物理意义。

iv. *解析几何*

1) $\vec{a}$方向上的单位向量是$\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$，与$\vec{a}$共线的单位是$\pm\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

2) 直线的方向向量及法向量的含义。

3) 复数共轭的性质：$\overline{\overline{z}}=z$，$\overline{z_1\pm z_2}=\overline{z_1}\pm\overline{z_2}$，$\overline{z_1z_2}=\overline{z_1}\,\overline{z_2}$，$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$

4) 复数模的性质：$|z|=|\overline{z}|$，$z\overline{z}=|z|^2$，$|z_1z_2|=|z_1||z_2|$，$\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}$

5) 实系数一元二次方程$ax^2+bx+c=0$在$\triangle=b^2\text{-}4ac<0$情况下两个解为$x=\frac{-b\pm\sqrt{-\Delta}i}{2a}$

6) 直线的点法式方程。

Notes

Global Journal of Science Frontier Research (F) Volume XXIII Issue VII Version I Year 2023

Notes

7) 方程法判断平面内两直线的位置关系以及垂直结论。

8) 曲线与方程的含义以及直译法(简记为：建、设、显、代、化)求法。

9) 圆锥曲线的直观含义：与圆锥轴成不同角的平面截圆锥面得到的曲线

10) 直线截曲线的弦长公式：$|P_1P_2|=\sqrt{1+k^2}\,|x_2-x_1|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\,|y_2-y_1|$

11) 双曲线及其渐近线方程统一性：方程 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\lambda$

在λ≠0时表示双曲线方程，在λ＝0时表示其渐近线方程。

v. *空间几何*

1) 异面直线判定定理：平面内一点与平面外一点的连线，与平面内不过这个点的直线是异面直线。

2) 等角定理的重新整合：一个角的两边和另一个角的两边分别平行，且方向相同，那么这两个角相等

*推论1：*一个角的两边和另一个角的两边分别平行，那么这两个角相等或互补。

*推论2：*一个角的两边和另一个角的两边所在直线对应平行，那么它们各自所成的锐角或直角相等。

3) 面面平行的性质定理

*性质1：*两个平面相互平行，一个平面内的任意一条直线平行于另一平面。

*性质2：*一个平面被两个平行平面所截，交线平行。

4) 空间存在唯一性定理整合：

① 过已知直线外一点，有且仅有一条直线与已知直线平行。

② 过一点有且仅有一条直线垂直于已知平面。

③ 过已知平面外一点，有且仅有一个平面与已知平面平行。

5) 三垂线定理及其逆定理。

6) 法向量法求二面角平面角“同等异补”整合：平面α、β的法向量分别为$\vec{m}$、$\vec{n}$，在两个半平面α、β内分别取不在棱l上的一点A、B，如果$\vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}$与$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}$同号，则$\left(\vec{m},\vec{n}\right)$为二面角α-$l$-β的平面角；否则$\vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}$与$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}$异号，则$\left(\vec{m},\vec{n}\right)$为二面角α-$l$-β的平面角的补角[16]。

vi. *统计和概率*

1) 和号Σ的规定及性质：$\sum_{k=1}^{n}a_k=a_1+a_2+a_3+...+a_n$，$\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$，

$$\sum_{k=1}^{n}\lambda a_k=\lambda\sum_{k=1}^{n}a_k$$

2）均值方差的线性性质：若 $y_k = ax_k + b\,(k=1,2,3,\cdots,n)$，则 $\overline{y} = a\overline{x} + b$， $S_y{}^2 = a^2 S_x{}^2$，

$\sigma_y = |a|\sigma_x$；类似地，若 $\eta = a\xi + b$，则 $E(\eta) = aE(\xi) + b$，$D(\eta) = a^2 D(\xi)$

3）重要分布的特征值：$\xi \sim B(n,p)$，则 $E(\xi)=np$，$D(\xi)=np(1-p)$； $\eta \sim H(N,M,n)$，则 $E(\eta)=n\dfrac{M}{N}$，$D(\eta)=n\cdot\dfrac{M}{N}\cdot\dfrac{N-M}{N}\cdot\dfrac{N-n}{N-1}$

4）排列、组合应用题基本模式有：直接、优限、并元、插孔、选排。

诚然，必备知识本身是随着课标、教材而变化的，所以，我们这里探究和罗列的必备知识，对应具有相对稳定性；如果将蕴含其中的方法和思想也纳入必备知识的范畴，它也是在不断拓展当中，但总体上，可以以通用、入典作为判断是不是必备知识的总方法。

References Références Referencias

1. 教育部考试中心.中国高考评价体系说明[M].北京:人民教育出版社.2019版,19-20
2. 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准[M].北京:人民教育出版社.2020修订版
3. 万世昌.抗震工作者的必备知识——介绍《地震工程概论》一书[J].科学通报.1977：461-463
4. 教育部考试中心.中国高考评价体系[M].北京:人民教育出版社.2019版,26-27
5. 姜钢.探索构建高考评价体系 全方位推进高考内容改革[N].中国教育报.2016-10-11:(3)
6. 邵光华,章建跃.数学概念的分类、特征及其教学探讨[J].课程・教材・教法.2009(7):47-51
7. 林婷.校本课程促初高中数学衔接的探究[OL].社会科学Ⅱ辑.10.27159/d.cnki.ghzsu.2021.003843
8. 尚洪坝.初高中数学教学衔接问卷调查分析报告[J].科学咨询.2021(9):245
9. 黄燕平.大学数学与高中数学教学内容的衔接研究[J].数学学习与研究.2018(2):7-8
10. 卢兴江，黄正达，贾厚玉，姜海益.大学与中学数学衔接教程[M].杭州.浙江大学出版社.2022 版
11. 姚平,王明山.公理化方法在数学教学的落地研究[J].教育研究与评论(中学教育教学).2017(3):29-34
12. Beyer, W.H (美), 荣现志、张顺忠译.标准数学手册[M].北京:化学工业出版社.2021版
13. 裘光明.数学辞海[M].山西教育出版社，中国科学技术出版社，东南大学出版社.2021版
14. 黑木哲德(日),赵雪梅译.数学符号理解手册[M].上海:学林出版社.2011年版
15. 张国治.利用法向量判定二面角的大小[J].数学教学.2006(6):31-32

Notes