



GLOBAL JOURNAL OF SCIENCE FRONTIER RESEARCH: F
MATHEMATICS AND DECISION SCIENCES
Volume 23 Issue 4 Version 1.0 Year 2023
Type: Double Blind Peer Reviewed International Research Journal
Publisher: Global Journals
Online ISSN: 2249-4626 & Print ISSN: 0975-5896

Use of Social Networks to Approach Topology in the Area of Mathematics in Secondary School. Practical Proposal to Work on the Development of Abstract Skills through the Möbius Strip and the Klein Bottle

By Patricia Val Fernández & Colexio M. Peleteiro

Abstract- Both the Möbius strip and the Klein bottle can be used to develop abstract skills in secondary mathematics classrooms. They are simple examples of topological objects through which students can develop abstract visual and spatial skills while relating it to other areas of mathematics, such as geometry and abstract algebra. Students can explore these connections and see how topological concepts apply to other fields of mathematics.

In addition, stimulation of creativity and curiosity is provoked. By exploring the properties of the Möbius ribbon and Klein bottle, students can discover new properties and patterns that can lead to greater understanding and interest in topology.

In summary, the Möbius strip and Klein bottle are useful topological objects that can be used to develop abstract skills in secondary mathematics classrooms. By working with these objects, students can develop a deeper understanding of topological concepts and improve their visual and spatial skills. In addition, working with topological objects can stimulate students' creativity and curiosity.

Keywords: mathematics, teenagers, topology, education, education, innovation.

GJSFR-F Classification: MSC: 54



Strictly as per the compliance and regulations of:



RESEARCH | DIVERSITY | ETHICS

© 2023. Patricia Val Fernández & Colexio M. Peleteiro. This research/review article is distributed under the terms of the Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0). You must give appropriate credit to authors and reference this article if parts of the article are reproduced in any manner. Applicable licensing terms are at <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>.



Use of Social Networks to Approach Topology in the Area of Mathematics in Secondary School. Practical Proposal to Work on the Development of Abstract Skills through the Möbius Strip and the Klein Bottle

Uso De Las Redes Sociales Para Acercar La Topología En El Área De Matemáticas En Secundaria. Propuesta Práctica Para Trabajar El Desarrollo De Habilidades Abstractas mediante Lacinta De Möbius Y La Botella De Klein

Patricia Val Fernández^α & Colexio M. Peleteiro^ο

Resumen- Tanto la cinta de Möbius como la botella de Klein pueden ser utilizados para desarrollar habilidades abstractas en las aulas de matemáticas en secundaria. Son ejemplos simples de objetos topológicos mediante los cuales los estudiantes pueden desarrollar habilidades visuales y espaciales abstractas, mientras que lo relacionan con otras áreas de las matemáticas, como la geometría y el álgebra abstracta. Los estudiantes pueden explorar estas conexiones y ver cómo los conceptos topológicos se aplican en otros campos de la matemática.

Además, se provoca una estimulación de la creatividad y la curiosidad. Al explorar las propiedades de la cinta de Möbius y la botella de Klein, los estudiantes pueden descubrir nuevas propiedades y patrones que pueden llevar a una mayor comprensión y un mayor interés en la topología.

En resumen, la cinta de Möbius y la botella de Klein son objetos topológicos útiles que pueden ser utilizados para desarrollar habilidades abstractas en las aulas de matemáticas en secundaria. Al trabajar con estos objetos, los estudiantes pueden desarrollar una comprensión más profunda de los conceptos topológicos y mejorar sus habilidades visuales y espaciales. Además, trabajar con objetos topológicos puede estimular la creatividad y la curiosidad de los estudiantes.

Palabras clave: matemáticas, adolescentes, topología, educación, innovación.

Abstract- Both the Möbius strip and the Klein bottle can be used to develop abstract skills in secondary mathematics classrooms. They are simple examples of topological objects through which students can develop abstract visual and spatial skills while relating it to other areas of mathematics, such as geometry and abstract algebra. Students can explore these connections and see how topological concepts apply to other fields of mathematics.

In addition, stimulation of creativity and curiosity is provoked. By exploring the properties of the Möbius ribbon and Klein bottle, students can discover new properties and patterns that can lead to greater understanding and interest in topology.

In summary, the Möbius strip and Klein bottle are useful topological objects that can be used to develop abstract skills in secondary mathematics classrooms. By working with these objects, students can develop a deeper understanding of topological concepts and improve their visual and spatial skills. In addition, working with topological objects can stimulate students' creativity and curiosity.

Keywords: mathematics, teenagers, topology, education, education, innovation.

Author: e-mail: patryval5@hotmail.com

I. INTRODUCCIÓN

La topología es una rama de las matemáticas que se desarrolló a partir del siglo XIX, aunque se pueden encontrar escritos que se remontan a Leibniz en su obra *Analysis Situs*, la cual buscaba ofrecer un estudio más cualitativo del espacio.

Es probablemente la más joven de las ramas clásicas de las matemáticas en contraste con el álgebra, la geometría y la teoría de los números. Tal vez la primera obra que merece ser considerada como el inicio de la topología se debe a Euler. En 1736 publicó un documento sobre la solución al problema de los puentes de Königsberg, donde consiguió por primera vez el término "gráfico" para referirse a lo que hoy conocemos como grafo.

La topología se enfoca en el estudio de las propiedades de los objetos geométricos que permanecen invariantes bajo deformaciones continuas. Se ocupa de la definición y estudio de conceptos como espacio topológico, continuidad, convergencia, compacidad, conectividad, entre otros. Además, es una herramienta importante en diversas áreas de las matemáticas, la física y la ingeniería, como el análisis funcional, la geometría diferencial, la topología algebraica, la teoría de nudos, la teoría de categorías y la teoría de sistemas dinámicos. También se utiliza en la modelización y análisis de redes complejas, como las redes sociales, las redes neuronales y las redes de comunicaciones.

Los beneficios del estudio de la topología son muy diversos, desde el desarrollo del pensamiento abstracto al verse implicada la comprensión y manipulación de conceptos abstractos, hasta la comprensión de las propiedades geométricas, la resolución de problemas que contribuirán al desarrollo de habilidades enfocadas a la resolución de problemas o la preparación para el estudio de matemáticas más avanzadas.

En la vida real, la topología también tiene su aplicación práctica en áreas como la geometría computacional, la robótica, la teoría de grafos, la topología algebraica y otras áreas de investigación científica y tecnológica.

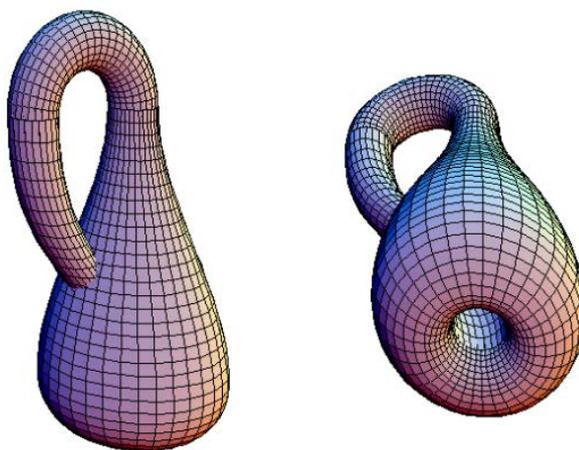
A la vista de estos beneficios, se quiere contribuir a la implementación de la topología matemática en las clases de secundaria, teniendo en cuenta los beneficios que esta puede originar en los adolescentes:

- El desarrollo del pensamiento lógico y abstracto: La topología matemática involucra la comprensión de conceptos abstractos y la capacidad de razonar de forma lógica, lo que puede ayudar a los estudiantes a desarrollar estas habilidades.
- El desarrollo de la visualización espacial: La topología matemática implica trabajar con objetos geométricos y sus propiedades, lo que puede ayudar a los estudiantes a mejorar a desarrollar habilidades de visualización espacial ya comprender mejor las relaciones entre formas y espacios.
- El desarrollo de habilidades de resolución de problemas: La topología matemática se centra en la resolución de problemas, lo que puede ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades de resolución de problemas ya aprender a aplicar los conceptos matemáticos a situaciones prácticas.

- La preparación para carreras en matemáticas y ciencias: La topología matemática es un campo de estudio fundamental en la matemática y la física, y puede ser un buen punto de partida para estudiantes interesados en estas áreas de estudio.
- La estimulación del interés en las matemáticas: La topología matemática puede ser una forma interesante y desafiante de abordar las matemáticas, lo que puede ayudar a los estudiantes a encontrar una mayor motivación para aprender y explorar el campo.

La topología puede ser una herramienta útil para enseñar geometría y noción de espacio en la educación secundaria, contribuyendo a los estudiantes a comprender la geometría y la noción del espacio mediante ejemplos concretos y actividades prácticas, concretamente, se recurrirá a la botella de Klein y la cinta de Möbius, dos superficies no orientables topológicas que gracias a las redes sociales están teniendo una gran visibilidad entre los adolescentes.

La botella de Klein es un objeto matemático que pertenece al campo de la topología. Se trata de una superficie cerrada no orientable, es decir, una superficie que no tiene dos caras claramente diferenciadas y que no se puede transformar en una superficie plana sin romperse o cortarse.



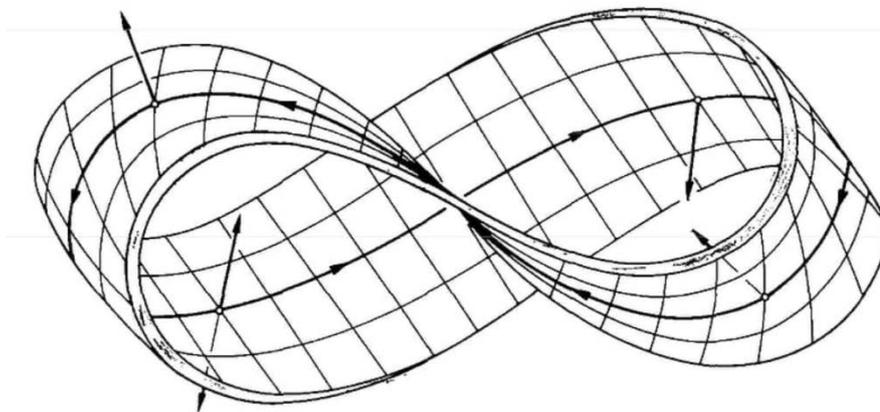
Fuente: Alvi, 2015.

Ilustración 1: Botella de Klein

La botella de Klein se puede visualizar como un objeto tridimensional que tiene una sola cara y que se curva de tal manera que sus dos lados terminan uniéndose. Esto puede parecer imposible en el espacio tridimensional euclidiano ordinario, pero en la topología se permite trabajar con objetos que no son estrictamente "geometría plana". Se trata de un ejemplo de una superficie no orientable, lo que significa que no hay manera de asignar una orientación consistente a la superficie. Esto se puede visualizar como un objeto tridimensional que no tiene una parte superior o inferior definida, como una cinta de Möbius.

La botella de Klein se utiliza a menudo como ejemplo en la enseñanza de la topología y ha encontrado aplicaciones en áreas como la física teórica, la geometría algebraica y la teoría de nudos.

Por otro lado, la cinta de Möbius, es un objeto matemático que pertenece al campo de la topología. Se trata de una banda de papel o cinta que se retuerce a la mitad y se une para formar una sola tira con una sola cara y un solo borde. La cinta de Möbius es otro ejemplo de una superficie no orientable.



Fuente: pxfuel, s.f.

Ilustración 2: Cinta de Möbius

La cinta de Möbius es una figura interesante porque tiene varias propiedades sorprendentes. Por ejemplo, si se toma un lápiz y se dibuja una línea a lo largo del centro de la cinta de Möbius, se llegará a todo el camino de la cinta de Möbius sin levantar el lápiz y sin cruzar la línea inicial. Además, si se corta la cinta de Möbius por la mitad a lo largo de su centro, se obtiene una cinta más grande con dos giros en ella en lugar de uno.

La cinta de Möbius se utiliza a menudo como ejemplo en la enseñanza de la topología debido a sus propiedades únicas y sorprendentes.

II. METODOLOGÍA

Las redes sociales son plataformas en línea que permiten a los usuarios conectarse y comunicarse entre sí a través de Internet. A través de estas plataformas, los usuarios pueden compartir información, fotos, videos y otros contenidos con sus amigos, familiares y seguidores. Hay muchas redes sociales populares, como Facebook, Twitter, Instagram, LinkedIn, Snapchat, TikTok y muchas otras. Cada plataforma tiene sus propias características únicas y audiencias, pero todas se basan en la idea de permitir a los usuarios interactuar y compartir contenido en línea. Además de ser una forma de comunicación y entretenimiento, las redes sociales también se utilizan a menudo como herramientas de marketing y publicidad. Las empresas y las organizaciones pueden utilizar las redes sociales para llegar a nuevos clientes y promocionar sus productos y servicios, también pueden tener un impacto en la sociedad y en la política.

Las redes sociales pueden tener varios usos en el contexto educativo y pueden ser una herramienta valiosa para los profesores y los estudiantes. Algunas formas en que las redes sociales pueden ser utilizadas en las clases son:

- **Comunicación y colaboración:** Las redes sociales pueden ser utilizadas para facilitar la comunicación y la colaboración entre profesores y estudiantes. Los profesores

pueden usar las redes sociales para publicar anuncios, asignaciones y recursos, y los estudiantes pueden usar las para hacer preguntas, colaborar en proyectos y comunicarse con sus compañeros.

- **Discusión en línea:** Las redes sociales pueden ser utilizadas para fomentar la discusión en línea y el intercambio de ideas. Los profesores pueden crear grupos de discusión en las redes sociales y animar a los estudiantes a participar en debates y discusiones.
- **Compartir recursos:** Las redes sociales pueden ser utilizadas para compartir recursos educativos, como videos, artículos, presentaciones y otros materiales de enseñanza. Los profesores pueden compartir estos recursos en sus perfiles de redes sociales o en grupos dedicados.
- **Promoción del aprendizaje autónomo:** Las redes sociales pueden ser utilizadas para promover el aprendizaje autónomo. Los estudiantes pueden utilizar las redes sociales para buscar información, hacer preguntas y conectarse con otros estudiantes que están interesados en el mismo tema.
- **Aprendizaje basado en juegos:** Las redes sociales también pueden ser utilizadas para crear juegos educativos y actividades interactivas que fomenten el aprendizaje. Por ejemplo, los profesores pueden utilizar plataformas de redes sociales para crear juegos de preguntas y respuestas o actividades de búsqueda del tesoro.

Sin embargo, es importante tener en cuenta que el uso de las redes sociales en las clases también puede presentar desafíos y riesgos. Los profesores deben ser conscientes de los problemas de privacidad y seguridad y asegurarse de que los estudiantes entiendan las mejores prácticas para mantener seguros.

Concretamente en las clases de matemáticas, los beneficios que pueden acercar el uso de las redes sociales son:

Las redes sociales pueden ser una herramienta útil para enseñar matemáticas. Algunas formas en que las redes sociales pueden ser utilizadas en las clases de matemáticas son:

- **Compartir recursos:** Los profesores pueden utilizar las redes sociales para compartir recursos educativos con sus estudiantes, como videos, ejercicios y materiales de lectura. Esto puede ayudar a los estudiantes a encontrar información adicional ya profundizar su comprensión de los conceptos matemáticos.
- **Discusión en línea:** Los profesores pueden crear grupos de discusión en las redes sociales para fomentar la discusión en línea sobre los conceptos matemáticos y para que los estudiantes puedan hacer preguntas y compartir ideas.
- **Colaboración en proyectos:** Los estudiantes pueden utilizar las redes sociales para colaborar en proyectos y trabajos en equipo relacionado con las matemáticas. Esto puede ayudar a fomentar la colaboración y el trabajo en equipo, así como a desarrollar habilidades de comunicación.
- **Uso de juegos y aplicaciones:** Los profesores pueden utilizar juegos y aplicaciones educativas relacionadas con las matemáticas en las redes sociales para ayudar a los estudiantes a practicar y aplicar los conceptos matemáticos en un entorno lúdico.

- **Presentación de trabajos y proyectos:** Los estudiantes pueden utilizar las redes sociales para presentar sus trabajos y proyectos relacionados con las matemáticas, lo que puede ayudar a fomentar su creatividad y su capacidad para comunicar sus ideas de manera efectiva.

En general, las redes sociales pueden ser una herramienta útil para enseñar matemáticas de manera más interactiva y atractiva para los estudiantes, siempre y cuando se utilicen de manera responsable y se aborden los posibles desafíos y riesgos, como la privacidad y la seguridad en línea.

Concretamente dos de las redes sociales que más pueden favorecer el aprendizaje del desarrollo de habilidades abstractas son TikTok e Instagram, redes sociales que se centran en la creación y el intercambio de contenido visual, y pueden ser utilizados de varias maneras para enseñar matemáticas de manera más creativa e interactiva. Algunas formas en que se pueden utilizar estas redes sociales en las clases de matemáticas son:

- **Videos cortos educativos:** TikTok e Instagram son ideales para crear videos cortos educativos que expliquen conceptos matemáticos complejos de una manera fácil de entender. Los profesores pueden utilizar estas plataformas para crear y compartir videos que expliquen desde operaciones básicas hasta temas más avanzados como álgebra y cálculo.
- **Retos y desafíos matemáticos:** Los profesores pueden crear desafíos matemáticos en TikTok e Instagram para que los estudiantes los resuelvan y compartan sus respuestas en las redes sociales. Esto puede ser una forma divertida de fomentar la participación de los estudiantes y mejorar su comprensión de los conceptos matemáticos.
- **Gráficos y visualizaciones:** TikTok e Instagram pueden ser utilizados para crear y compartir gráficos y visualizaciones que muestren cómo se aplican los conceptos matemáticos en la vida real.
- **Proyectos y presentaciones:** Los estudiantes pueden crear proyectos y presentaciones relacionados con las matemáticas en TikTok e Instagram, utilizando las herramientas de edición de video para presentar sus ideas de manera creativa y atractiva.
- **Recursos educativos:** Los profesores pueden compartir recursos educativos relacionados con las matemáticas en TikTok e Instagram, como videos, infografías y presentaciones, para que los estudiantes puedan acceder a ellos fácilmente y en cualquier momento.
- **Colaboración y comunicación:** TikTok e Instagram también pueden ser utilizados para fomentar la colaboración y la comunicación entre los estudiantes y el profesor. Los estudiantes pueden compartir sus ideas y soluciones a problemas matemáticos en línea, y el profesor puede utilizar estas plataformas para proporcionar retroalimentación y guía.

III. RESULTADOS

Las redes sociales pueden ser una herramienta valiosa para acercar la topología en las aulas de secundaria. A continuación, se presentan algunas ideas para utilizar las redes sociales con este fin:

- Crear una página de Facebook o un perfil de Twitter para la clase de topología: Una página de Facebook o un perfil de Twitter pueden ser un lugar donde los estudiantes pueden acceder a información relevante sobre la topología, como videos educativos, artículos, noticias y enlaces a recursos en línea. También pueden publicarse preguntas y desafíos para que los estudiantes trabajen en conjunto.
- Publicar actividades y ejercicios en línea: Los profesores pueden utilizar las redes sociales para publicar actividades y ejercicios en línea que permiten a los estudiantes aplicar los conceptos aprendidos en clase. Por ejemplo, pueden publicar un problema de topología en Twitter y pedir a los estudiantes que lo resuelvan en un cierto plazo de tiempo.
- Fomentar la colaboración entre estudiantes: Las redes sociales pueden ser una herramienta útil para fomentar la colaboración entre estudiantes. Los profesores pueden crear grupos de Facebook o chats de Whats App en los que los estudiantes pueden discutir temas de topología y ayudarse en sus tareas.
- Compartir experiencias y trabajos pueden realizar en clase: Los estudiantes utilizar las redes sociales para compartir sus experiencias y trabajos realizados en clase. Pueden publicar fotos de los trabajos realizados, videos de presentaciones y comentarios sobre lo que aprendieron en clase.
- Promover la discusión pueden y el debate: Las redes sociales ser un lugar donde los estudiantes pueden discutir y debatir sobre temas de topología. Los profesores pueden publicar preguntas y pedir a los estudiantes que compartan sus opiniones y argumentos.

En resumen, las redes sociales pueden ser una herramienta muy útil para acercar la topología en las aulas de secundaria. Los profesores pueden utilizarlas para fomentar la colaboración entre estudiantes, compartir información relevante, publicar actividades y ejercicios, promover la discusión y el debate, y compartir experiencias y trabajos realizados en clase.

El uso de las redes sociales para acercar la topología en las aulas de secundaria puede ofrecer varios beneficios, entre los cuales se incluyen:

- Fomentar la participación activa de los estudiantes: Las redes sociales pueden ser un espacio en el que los estudiantes se sientan más cómodos para expresar sus opiniones y plantear preguntas, lo que puede aumentar su participación activa en el aprendizaje de la topología.
- Facilitar el acceso a recursos educativos: Las redes sociales pueden ser una herramienta muy útil para acceder a recursos educativos, como videos, artículos y actividades en línea, que pueden ayudar a los estudiantes a comprender mejor los conceptos de topología.

- Promover la colaboración entre estudiantes: Las redes sociales pueden ser un espacio en el que los estudiantes pueden trabajar juntos en la resolución de problemas, lo que puede fomentar el trabajo en equipo y el aprendizaje colaborativo.
- Proporcionar un espacio para la discusión y el debate: Las redes sociales pueden ser un lugar donde los estudiantes pueden discutir y debatir sobre temas de topología, lo que puede mejorar su comprensión y su capacidad de análisis crítico.
- Facilitar la comunicación entre estudiantes y profesores: Las redes sociales pueden ser un canal de comunicación efectivo entre los estudiantes y los profesores, lo que puede mejorar la retroalimentación y la comunicación en general.

En general, el uso de las redes sociales puede ser una herramienta muy útil para acercar la topología en las aulas de secundaria, ya que puede fomentar la participación activa de los estudiantes, facilitar el acceso a recursos educativos, promover la colaboración entre estudiantes, proporcionar un espacio para la discusión y el debate, y facilitar la comunicación entre estudiantes y profesores.

La cinta de Möbius es una superficie con una sola cara y un solo borde que puede ser utilizada para enseñar y desarrollar habilidades abstractas en los estudiantes. A continuación, se presenta una propuesta práctica para trabajar el desarrollo de habilidades abstractas a través de la cinta de Möbius:

- Objetivo: Desarrollar habilidades abstractas a través de la manipulación y el análisis de la cinta de Möbius.

IV. MATERIALES

- Cinta de papel (preferiblemente de colores).
- Tijeras.
- Pegamento.
- Papel y lápiz para tomar notas y dibujos.

V. PROCEDIMIENTO

- Introducir el concepto de la cinta de Möbius y mostrar ejemplos en la vida cotidiana (por ejemplo, en la fabricación de bandas transportadoras).
- Proporcionar a cada estudiante una cinta de papel y pedirles que la corten por la mitad, obteniendo dos tiras de igual longitud.
- Pedir a los estudiantes que den una media vuelta a una de las tiras de papel y que la peguen a la otra extremidad, formando así una cinta de Möbius.
- Después de haber formado la cinta de Möbius, pedir a los estudiantes que dibujen una línea recta sobre ella y observen el resultado.
- Pedir a los estudiantes que corten la cinta de Möbius siguiendo la línea recta que han dibujado y que observen el resultado.
- Discutir en grupo los resultados y las características de la cinta de Möbius, como su propiedad de tener una sola cara y un solo borde.
- Pedir a los estudiantes que realicen diversas operaciones con la cinta de Möbius, como hacer cortes adicionales, pegar las extremidades juntas, y hacer torsiones, y que observen el resultado.

- Discutir en grupo las propiedades y características de la cinta de Möbius que se han descubierto a través de las operaciones realizadas, como la propiedad de tener una sola cara y un solo borde, y la imposibilidad de cortarla en dos mitades separadas.
- Resultados esperados: Los estudiantes podrán ser capaces de entender y analizar las propiedades y características de la cinta de Möbius, así como desarrollar habilidades abstractas a través de la manipulación y el análisis de esta superficie. Además, los estudiantes pueden ser capaces de identificar la presencia de la cinta de Möbius en situaciones cotidianas y aplicar su comprensión a situaciones similares en el futuro.

La botella de Klein es una superficie no orientable que puede ser utilizada para desarrollar habilidades abstractas en los estudiantes. A continuación, se presenta una propuesta práctica para trabajar con la botella de Klein y fomentar el desarrollo de habilidades abstractas:

- Introducción a la botella de Klein: El profesor puede presentar la botella de Klein a los estudiantes y explicar sus propiedades únicas, como su no orientabilidad. También puede demostrar cómo se construye una botella de Klein a partir de un cilindro y cómo se puede cortar y pegar para obtener diferentes formas.
- Observación y exploración: Los estudiantes pueden observar y explorar la botella de Klein para comprender mejor sus propiedades. Pueden tratar de dibujarla o modelarla en arcilla o plastilina para tener una mejor comprensión de su estructura.
- Experimentación con formas y cortes: Los estudiantes pueden experimentar con diferentes formas y cortes en la botella de Klein para ver cómo cambia su estructura. Por ejemplo, pueden cortar la botella de Klein a lo largo de una línea central y pegar los bordes para obtener una esfera doble. También se pueden hacer cortes a lo largo de diferentes planos para obtener diferentes formas.
- Conexiones con otras áreas: El profesor puede destacar la conexión de la botella de Klein con otras áreas de las matemáticas y la física, como la teoría de nudos y la relatividad general.
- Presentación y discusión: Los estudiantes pueden presentar sus experimentos con la botella de Klein y discutir sus hallazgos y observaciones. También pueden discutir cómo la botella de Klein se relaciona con otros temas de matemáticas y ciencias.

En general, la botella de Klein es una herramienta útil para fomentar el desarrollo de habilidades abstractas en los estudiantes, ya que les permite explorar una superficie no orientable y experimentar con diferentes formas y cortes. Además, la botella de Klein puede ser utilizada para conectar las matemáticas y la física, y para fomentar la discusión y el pensamiento crítico.

El trabajo con la botella de Klein para desarrollar habilidades abstractas puede ofrecer varios beneficios a los estudiantes, entre los cuales se incluyen:

- Fomentar la capacidad de visualización: La botella de Klein es una superficie no orientable que puede ser difícil de visualizar. El trabajo con la botella de Klein puede ayudar a los estudiantes a desarrollar su capacidad de visualización ya entender mejor las propiedades de los objetos en tres dimensiones.
- Estimular la creatividad: La botella de Klein es una herramienta que puede ser utilizada de muchas maneras diferentes para explorar diferentes formas y cortes. Los

estudiantes pueden experimentar y ser creativos en su enfoque, lo que puede estimular su creatividad y pensamiento crítico.

- Desarrollar habilidades de pensamiento abstracto: El trabajo con la botella de Klein puede ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades de pensamiento abstracto, como la capacidad de pensar en objetos abstractos y comprender sus propiedades.
- Fomentar la conexión con otras áreas de las matemáticas y la física: La botella de Klein es una herramienta que está relacionada con otras áreas de las matemáticas y la física, como la teoría de nudos y la relatividad general. El trabajo con la botella de Klein puede ayudar a los estudiantes a ver estas conexiones ya entender mejor cómo se relacionan diferentes áreas de las ciencias.
- Desarrollar habilidades de presentación y discusión: El trabajo con la botella de Klein puede ser presentado y discutido en clase, lo que puede ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades de presentación y discusión. Esto puede mejorar su capacidad para comunicar ideas matemáticas de manera clara y efectiva.

En general, el trabajo con la botella de Klein puede ser una herramienta útil para fomentar el desarrollo de habilidades abstractas en los estudiantes, ya que puede ayudar a mejorar la capacidad de visualización, estimular la creatividad, desarrollar habilidades de pensamiento abstracto, fomentar la conexión con otras áreas de las ciencias, y mejorar las habilidades de presentación y discusión.

VI. CONCLUSIONES

En conclusión, el uso de las redes sociales para acercar la topología en las aulas de secundaria puede ofrecer múltiples beneficios. Estas pueden ser utilizadas para fomentar la participación activa de los estudiantes, facilitar el acceso a recursos educativos, promover la colaboración entre estudiantes, proporcionar un espacio para la discusión y el debate, y facilitar la comunicación entre estudiantes y profesores.

Además, el uso de las redes sociales en el aula puede ser especialmente beneficioso para los estudiantes que prefieren aprender de manera más interactiva y colaborativa. Las redes sociales pueden proporcionar un espacio seguro y acogedor para que los estudiantes interactúen entre sí y con los profesores, lo que puede mejorar su motivación y compromiso con el aprendizaje.

Sin embargo, es importante tener en cuenta que el uso de las redes sociales en el aula también puede presentar algunos desafíos, como el control de los contenidos inapropiados, la privacidad y seguridad de los estudiantes, y la necesidad de establecer límites claros y normas para el uso responsable de estas herramientas.

El uso de las redes sociales para acercar la topología en las aulas de secundaria puede ser una herramienta valiosa para fomentar el aprendizaje activo y colaborativo, así como para mejorar la comunicación y la interacción entre estudiantes y profesores. Sin embargo, es importante utilizar estas herramientas de manera responsable y tener en cuenta las posibles limitaciones y desafíos asociados con su uso.

En conclusión, propone una propuesta práctica para trabajar el desarrollo de habilidades abstractas a través de la cinta de Möbius y la botella de Klein puede ser una herramienta valiosa para fomentar el aprendizaje activo y el desarrollo de habilidades abstractas en los estudiantes.

Estas herramientas pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades de visualización, creatividad y pensamiento abstracto, así como a conectar diferentes áreas de las matemáticas y la física. Además, el trabajo con la cinta de Möbius y la botella de Klein puede estimular la curiosidad y el interés de los estudiantes en estas áreas, y mejorar su capacidad para comunicar ideas matemáticas de manera clara y efectiva.

Es importante destacar que estas herramientas pueden presentar algunos desafíos, como la necesidad de proporcionar una orientación clara a los estudiantes, la importancia de trabajar con precaución para evitar dañar las superficies y la necesidad de adaptar la propuesta a las habilidades y necesidades de cada grupo de estudiantes.

En resumen, proponer una propuesta práctica para trabajar el desarrollo de habilidades abstractas a través de la cinta de Möbius y la botella de Klein puede ser una herramienta valiosa para fomentar el aprendizaje activo y el desarrollo de habilidades abstractas en los estudiantes, siempre y cuando se aborden los desafíos asociados y se adapten a las necesidades de cada grupo de estudiantes.

REFERENCES RÉFÉRENCES REFERENCIAS

1. *21.5 La topología.htm*. (s.f.). <https://www.centroedumatematica.com/arui/libros/Historia%20y%20Filosofia/Parte6/Cap21/Parte05'21.htm>
2. Alvi. (2015). *1 botella de Klein = 2 bandas de Möbius*. Microsiervos. <https://www.microsiervos.com/archivo/ciencia/1-botella-klein-2-bandas-mobius.html>
3. Cabrera, L. (s.f.). *La Topología y la Geometría en la enseñanza educativa básica*. Revista Alternativas en Psicología. <https://www.alternativas.me/26-numero-37-febrero-julio-2017/148-la-topologia-y-la-geometria-en-la-ensenanza-educativa-basica>
4. *¿Cuáles son todos los objetos que estudia la topología?* (s.f.). Quora. <https://es.quora.com/Cuáles-son-todos-los-objetos-que-estudia-la-topología> *Definición de topología - Definicion.de*. (s.f.). Definición.de. <https://definicion.de/topologia/>
5. *Fundamentos de topología—ArcMap — Documentación*. (s.f.). <https://desktop.arcgis.com/es/arcmap/latest/manage-data/topologies/topology-basics.htm>
6. Macho, M. (2015). *¿Qué es la topología?* Inicio - UPV/EHU. <https://www.ehu.es/~mtwmastm/Topologia1415.pdf>
7. Navarro, J. (2014). *Definición de Topología*. Definición ABC. <https://www.definicion-abc.com/ciencia/topologia.php>
8. Rojas, S. G. (s.f.). *Publicación Acercamiento de la Topología a la Secundaria.docx*. Academia.edu - Share research. [https://www.academia.edu/37479228/Publicación Acercamiento de la Topología a la Secundaria.docx](https://www.academia.edu/37479228/Publicación_Acercamiento_de_la_Topologia_a_la_Secundaria.docx)
9. Romero, A. (2020). *Entrevista con Luciano Boi ¿Qué es la topología? Matemáticas, ciencia, filosofía y arte**. Sistema de Información Científica Redalyc, Red de Revistas Científicas. <https://www.redalyc.org/journal/594/59463123009/html/>